

PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA

Matematika

M

**KATALOG MATURSKOG ISPITA U
GIMNAZIJI, TEHNIČKOJ I
UMJETNIČKOJ SREDNJOJ ŠKOLI**

TUZLA, 2023. godine

SADRŽAJ

Uvod	3
1. Ciljevi	4
2. Spisak tematskih cjelina predmetnih sadržaja	4
3. Ishodi učenja	5
4. Struktura ispita	10
4.1. Struktura ispita iz Matematike u okviru integralnog testa	10
5. Tehnički opis ispita	11
5.1. Trajanje ispita	11
5.2. Izgled ispita i način rješavanja	11
5.3. Pribor	12
6. Primjeri zadataka s detaljnim pojašnjenjem	12
Primjer testa	
	36
7. Opis bodovanja	39
7.1. Vrednovanje testa	39
7.2. Opće napomene o vrednovanju zadatka produženoga odgovora	39
8. Priprema za ispit	39
8.1. Savjeti nastavnicima	39
8.2. Savjeti učenicima	39

UVOD

Maturski/završni ispit u srednjim školama TK (gimnazije, tehničke, umjetničke, vjerske i stručne škole) proizilazi iz obaveze regulisane u članu 89. Zakona o srednjem obrazovanju i odgoju (“Službene novine TK” broj 17/2011). Metodologija planiranja, organizacije i implementacije maturskog/završnog ispita je definisana u Pravilniku o polaganju maturskog ispita u gimnaziji, tehničkoj i umjetničkoj srednjoj školi na području tuzlanskog kantona (“Službene novine TK” /24).

Matematika, kao općeobrazovni predmet koji se izučava u srednjim školama sa različitim brojem nastavnih sati, se polaže u okviru Integralnog testa u srednjim školama gdje se matematika izučava najmanje dvije godine.

Ispitni katalog za eksternu mature iz matematike u srednjim školama TK je dokument kojim se pobliže opisuje što će se i kako ispitivati na eksternom dijelu maturskog/završnog ispita iz ovoga predmeta. Sadrži sve potrebne informacije i detaljna pojašnjenja o obliku i sadržaju ispita. Njime se jasno određuje što se od učenika očekuje na ispitu iz matematike u okviru integralnog testa matirskog ispita.

Ispiti iz Matematike će se temeljiti na zajedničkim nastavnim sadržajima koje su svi učenici srednjih škola izučavali tokom svog srednjoškolskog obrazovanja. Svi sadržaji na ispitu iz matematike su grupisani u 6 područja sa očekivanim obrazovnim ishodima, definisanih na tri nivoa zahtjeva: niži, srednji viši nivo u razmjeri 40:40:20%.

Predmetni ispitni katalog iz matematike sadrži slijedeća poglavља:

1. Područja ispitivanja
2. Obrazovni ishodi
3. Struktura ispita
4. Tehnički opis ispita
5. Opis bodovanja
6. Primjeri zadataka s dizajnom testa iz matematike i detaljnim pojašnjenjem ocjenjivanja
7. Opis bodovanja
8. Priprema za ispit.

U prvome i drugome poglavljju učenici mogu naći odgovor na pitanje *što se ispituje*. U prvome su poglavljju navedena područja ispitivanja, odnosno ključna znanja i vještine iz Matematike koje se ispituju ovim ispitom. U drugome je poglavljju, kroz konkretne opise onoga što učenik treba znati, razumjeti i moći učiniti, pojašnjen način na koji će se navedena znanja i vještine provjeravati. Treće, četvrto i peto poglavje odgovaraju na pitanje *kako se ispituje*, a u njima je pojašnjena struktura i oblik ispita, vrste zadataka te način provedbe i vrednovanja pojedinih zadataka i ispitnih cjelina. U šestom poglavljju dati su primjeri svih tipova zadataka po područjima i nivoima, primjerima testova te primjerima bodovanja. Slijedi poglavje koje odgovara na pitanje *kako se pripremiti za ispit*. U tom su poglavljju savjeti koji učenicima pomažu u pripremi ispita.

1. CILJEVI

Ciljevi mature, prema Pravilniku o polaganju matirskog/završnog ispita su:

- a) provjera dostignutog nivoa ishoda učenja u skladu sa nastavnim planom i programom gimnazija, srednjih tehničkih i umjetničkih škola;
- b) stvaranje prepostavki za nastavak obrazovanja.

Moralo se, s obzirom na složenost i šarolikost u nastavnim planovima i programima:

- Različiti broj nastave na sedmoičnom nivou,
- Nastava po EU WET programima,
- Nastava zasnovana na ishodima učenja, itd.,

odrediti presječni fond nastavnih sadržaja koje svi učenici izučavaju u svim razredima, naročito u prva dva razreda što treba biti osnova za kreiranje integralnog testa.

Opći cilj ispita iz Matematike provjeriti u kojoj mjeri učenici znaju, tj. mogu:

- koristiti matematički jezik u čitanju, interpretiranju i rješavanju zadataka
- očitavati i interpretirati podatke zadane u analitičkom, tabličnom i grafičkom obliku ili riječima te u navedenim oblicima jasno, logično i precizno prikazivati dobivene rezultate
- matematički modelirati problemsku situaciju, naći rješenje te provjeriti ispravnost dobivenoga rezultata
- prepoznati i koristiti vezu između različitih područja matematike
- koristiti različite matematičke tehnike tokom rješavanja zadataka

2. SPISAK TEMATSKIH CJELINA PREDMETNIH SADRŽAJA

Popis zajedničkih tematskih sadržaja koje obrađuju svi učenici u srednjim školama je grupisan u 6 područja ispitivanja:

Područja	Tematske cjeline
I Područje	Skupovi brojeva N, Z, Q, I, R. Stepeni sa cijelobrojnim eksponentom. Cijeli algebarski izrazi (polinomi). Racionalni algebarski izrazi. Procentni račun, omjer, proporcija
II Područje	Linearna funkcija. Linearne jednačine i nejednačine. Sistemi linearnih jednačina
III Područje	Korijeni i operacije sa korijenima. Kompleksni brojevi
IV Područje	Kvadratna funkcija i kvadratna nejednačina. Kvadratna jednačina (diskriminanta, Viteova pravila)
V Područje	Eksponencijalna funkcija, eksponencijalne jednačine. Pojam logaritma, logaritamska funkcija, logaritamske jednačine, primjena logaritama
VI Područje	Planimetrija i trigonometrija.

Tabela 1. Spisak tematskih područja

3. ISHODI UČENJA

Za svako područje ispitivanja određeni su posebni ciljevi ispita, odnosno konkretni opisi onoga što učenik mora znati, razumjeti i moći učiniti kako bi postigao uspjeh na ispitu.

Obrazovni ishodi obiju nivoa prikazani su radi bolje preglednosti u tabelama. U tabelama su detaljno razrađeni sadržaji koji će se ispitivati te obrazovni ishodi vezani uz pojedine sadržaje, raspoređenim u tri nivoa zahtjeva.

Teme	ISHODI UČENJA PO NIVOIMA		
	NIŽI	SREDNJI	VIŠI
Skupovi brojeva i operacije	<ul style="list-style-type: none"> -zna prepoznati i identifikovati brojeve iz skupova N,Z,Q,I,R -odrediti njihove absolutne vrijednosti -zna redoslijed izvođenja računskih operacija u skupovima brojeva -zna izračunati jednostavnije brojne izraze sa i bez absolutne vrijednosti -zna upotrijebiti simbole intervala (a,b), $[a,b)$, $(a,b]$, $[a,b]$ -zna napisati dati skup realnih brojeva intervalima i prikazati ga na brojnoj osi 	<ul style="list-style-type: none"> -upoređuje brojeve iz skupova N,Z,Q,I,R Grupiše brojeve, razvrstava i izvodi zaključke -pretvara iz jednog oblika u drugi, upoređuje ih -računa vrijednosti brojnih izraza poštujući redoslijed računskih operacija -računa vrijednosti brojnih izraza sa absolutnim vrijednostima -prenosi stečeno znanje u rješavanju jednostavnih zadataka 	<ul style="list-style-type: none"> -rješava složenije tipove zadataka (brojne izraze) i probleme -primjenjuje računanje pri rješavanju matematičkih problema iz svakodnevnog života
Cijeli algebarski izrazi	<ul style="list-style-type: none"> -zna urediti polinome po rastućim ili opadajućim koeficijentima -zna izračunati vrijednost cijelobrojnog algebarskog izraza za datu cijelobrojnu varijablu -razlikuje cijele algebarske izraze po broju članova (monom, binom,...) -uočava slične monome -izvodi operacije sabiranja, oduzimanja i množenja sa monomima i binomima 	<ul style="list-style-type: none"> -izvodi osnovne matematičke operacije s polinomima (sabiranje, oduzimanje, množenje i dijeljenje) -zna izračunati vrijednost cijelobrojnog algebarskog izraza za datu realnu varijablu -zna kvadrirati i kubirati binom -vlada metodama rastavljanje polinoma na faktore(izvlačenje zajedničkog faktora ispred zagrada, razlika kvadrata) 	<ul style="list-style-type: none"> -analizira i rješava probleme svođenja polinoma na prostije faktore -stepenuje binom i trinom

Racionalni algebarski izrazi	<ul style="list-style-type: none"> -zna odrediti definiciono područje racionalnog algebarskog izraza -zna izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza za datu cjelobrojnu varijablu 	<ul style="list-style-type: none"> -zna izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza za datu realnu varijablu -zna pojednostaviti racionalni algebarski izraz (primjena metoda za rastavljanje na prostije faktore i skracivanje) 	<ul style="list-style-type: none"> -obavljati osnovne računske operacije sa složenijim racionalnim algebarskim izrazima
Omjer, proporcije i procentni račun	<ul style="list-style-type: none"> -prepozna pojam razmjere i proporcije -zna riješiti proporcije -imenuje osnovne pojmove i elemente procentnog računa -razlikuje direktnu i obrnutu proporcionalnost -zapisuje procenat u obliku decimalnog broja -zna odrediti procenat date veličine 	<ul style="list-style-type: none"> -analizira i upoređuje rješenja razmjere i proporcije -poznaje račun veličina direktne i obrnute proporcionalnosti -računa procenat, procentni iznos i glavnici 	<ul style="list-style-type: none"> -primjenjuje stečeno znanje u rješavanju praktičnih problema iz stvarnog života
Linearna funkcija	<ul style="list-style-type: none"> -prepozna linearu funkciju -računa vrijednost funkcije za datu promjenljivu 	<ul style="list-style-type: none"> -izražava formulom linearu funkciju -određuje njen domen i nulu funkcije -predstavlja datu funkciju tabelarno i grafički 	<ul style="list-style-type: none"> -formulira funkcije na osnovu grafika ili tabele -ispituje, ili uviđa sa grafika osobine linearne funkcije -formulira funkcije na osnovu datih podataka (k, n ili tačke kroz koje funkcija prolazi) -primjenjuje i koristi znanje iz linearne funkcije na problemske zadatke
Linearna jednačina i nejednačina	<ul style="list-style-type: none"> -razlikuje nepoznatu veličinu i parametar -rješava jednostavnije linearne jednačine -prepozna tipove jednačina: određena, neodređena i proturječna jednačina -provjerava rješenje jednačine -uočava razliku između jednačina i nejednačina, kao i njihovih rješenja (broj i interval) 	<ul style="list-style-type: none"> -izdvaja nepoznatu veličinu datu na više mesta u jednačini -svodi jednačine na ekvivalentne sa jednostavnijim oblikom -analizira i upoređuje rješenja nejednačina -rezimira rješenja -rješava jednostavnije jednačine sa absolutnim vrijednostima 	<ul style="list-style-type: none"> -primjenjivati i upotrebljavati stečeno znanje u rješavanju praktičnih problema iz svakodnevnog života (rješavanje problemskih zadataka pomoću jednačina ili nejednačina) -rješava složenije linearne jednačine -rješava složenije linearne nejednačine

Sistemi linearnih jednačina	<ul style="list-style-type: none"> -prepozna opći oblik sistema linearnih jednačina -uočava da je uređeni par rješenje sistema -zna provjeriti da li je dati par rješenje datog sistema 	<ul style="list-style-type: none"> -razumije bar jednu od metoda rješavanja sistema linearnih jednačina 	<ul style="list-style-type: none"> -zna riješit sistem zadanim metodom -vlada različitim metodama za rješavanje sistema -rješava problemske zadatke pomoću sistema jednačina
Kvadratne jednačine i Vietova pravila	<ul style="list-style-type: none"> -uočava kvadratnu jednačinu, njene koeficijente -zna riješiti kvadratnu jednačinu tipa $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$ -zna provjeriti da li su dati brojevi rješenja date jednačine 	<ul style="list-style-type: none"> -zna razlikovati i riješiti potpune i nepotpune kvadratne jednačine 	<ul style="list-style-type: none"> -analizira rješenja kvadratne jednačine u zavisnosti od diskriminante -analizira i rješava kvadratne jednačine primjenom Vieteovih pravila
Kvadratna funkcija i kvadratne nejednačine	<ul style="list-style-type: none"> -prepozna grafik kvadratne funkcije -odredi vrijednost date funkcije za datu varijablu -provjeri da li data tačka pripada funkciji -zna provjeriti da li je dati broj rješenje date nejednačine 	<ul style="list-style-type: none"> -objasni zavisnost grafa od kvadratnog koeficijenta -određuje domen, nule i tjeme kvadratne funkcije -povezuje broj nula funkcije s diskriminantom -rješava kvadratne nejednačine koristeći nule funkcije i graf -rješava kvadratne nejednačine koristeći rastavljanje kvadratnog trinoma na faktore 	<ul style="list-style-type: none"> -ispita kvadratnu funkciju (domen, nule, tjeme), skicira njen grafik i odredi tok funkcije -očitava sa grafika nule funkcije, znak, ekstrem i vrstu ekstrema -diskutuje grafik funkcije u zavisnosti od koeficijenata i diskriminante -rješava nejednačine koje se svode na kvadratne nejednačine koristeći rastavljanje kvadratnog trinoma na faktore ili graf odgovarajuće parabole -uspostavlja odnos između poznавања grafika i rješavanja problema ekstrema -koristi stečeno znanje na problem iz stvarnog života

Stepeni s cjelobrojnim koeficijentima	-računa vrijednost stepena sa cjelobrojnim eksponentom i cjelobrojnom bazom	-računa vrijednost jednostavnijih brojnih izraza sa racionalnom bazom	-rješava složenije brojne izraze sa racionalnom bazom
Korijeni i operacije s korijenima	-izračunava vrijednost korijena sa racionalnim radikandom -sabira, oduzima, množi i dijeli korijene istih eksponenata	-proširuje i skraćuje korijene -parcijalno korjenjuje -racionališe nazivnik	-izračunava vrijednost izraza -radi korjenovanje korijena, stepeni s realnim eksponentom, racionalisanje nazivnika koji je oblika zbira ili razlike

Kompleksni brojevi	-definiše imaginarnu jedinicu (korijen iz negativnog broja) -prepozna opći oblik kompleksnog broja -uoči razliku između realnog i imaginarnog dijela -prepozna ili odredi konjugovano-kompleksan broj datom broju -izračuna modul	-stepenuje imaginarnu jedinicu -predstaviti kompleksan broj u Gausovoj ravni -obavlja matematičke operacije sa kompleksnim brojevima (sabiranje, oduzimanje ,množenje i kvadriranje)	-obavlja matematičke operacije sa kompleksnim brojevima (sabiranje, oduzimanje i množenje i dijeljenje)
Eksponencijalna funkcija	-računa sa potencijama racionalnog eksponenta. -potencije jedne osnove pretvara u potencije druge osnove. -računa vrijednost eksponencijalne funkcije. -skicira grafik eksponencijalne funkcije.	-potencije složenog eksponenta pretvara u proizvod,količnik ili korijen -crti grafik funkcije $y = e^x$. -analizira osobine eksponencijalne funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom. -razumije monotonost funkcije.	-prepozna eksponencijalnu ovisnost. -određuje tok znak i asimptote eksponencijalne funkcije oblika: $y=a^{f(x)}$, ($0 < a < 1$, $a > 1$). -u problemima opisanim eksponencijalnom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanog argumenta.
Eksponencijalne jednačine	-primjenjuje i formulira operacije s potencijama i korijenima. -prepozna i rješava jednostavnije eksponencijalne jednačine. $a^{f(x)} = a^{g(x)} \quad (0 < a < 1, a > 1)$	-prelazi iz jednog prikaza potencije racionalnog eksponenta u drugi prikaz. -rješava eksponencijalne jednačine koje sadrže potencije različitih osnova.	-rješava eksponencijalne jednačine koje se smjenom svode u kvadratne.

Pojam logaritma	<ul style="list-style-type: none"> -određuje vrijednost logaritma zadane osnove i numerusa. -računa vrijednost brojnog izraza koristeći definiciju logaritma. 	<ul style="list-style-type: none"> -određuje osnovu (numerus) ako je poznata vrijednost logaritma. -primjenjuje i navodi pravila logaritmovanja. -razlikuje dekadski i prirodni logaritam. 	<ul style="list-style-type: none"> -rješava eksponencijalnu jednačinu oblika: $a^x = b \quad (0 < a < 1, a > 1), \quad b > 0$ -prelazi iz eksponencijalnog u logaritamski oblik i obrnuto.
Logaritamska funkcija	<ul style="list-style-type: none"> -skicira grafik jednostavne logaritamske funkcije. 	<ul style="list-style-type: none"> -određuje domenu logaritamske funkcije. -analizira osobine logaritamske funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom. -razumije monotonost 	<ul style="list-style-type: none"> -određuje domenu složenije logaritamske funkcije. -analizira osobine složenije logaritamske funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom. -razumije monotonost logaritamske funkcije.
Logaritamske jednačine	<ul style="list-style-type: none"> -rješava logaritamske jednačine direktnom primjenom definicije logaritma. -provjerava rješenje logaritamske jednačine 	<ul style="list-style-type: none"> -određuje domenu logaritamske jednačine. -primjenom pravila logaritmovanja transformiše jednačinu u jednačinu osnovnog oblika. . 	<ul style="list-style-type: none"> -rješava logaritamske jednačine koje sadrže logaritme različitih osnova. -rješava logaritamske jednačine koje se smjenom svode u kvadratne. -u problemima opisanim logaritamskom funkcijom računa vrijednost argumenta
Primjena logaritama	<ul style="list-style-type: none"> -izračunava dekadski i prirodni logaritam upotrebom kalkulatora. -određuje broj čiji je dekadski logaritam poznat. 	<ul style="list-style-type: none"> -u problemima opisanim eksponencijalnom funkcijom računa vrijednost argumenta funkcije. -rješava zadatke iz struke primjenom logaritama 	<ul style="list-style-type: none"> -računa vrijednost složenog brojnog izraza pomoću logaritama.
Planimetrija	<ul style="list-style-type: none"> -prepзнaje ugao i vrste uglova -prepoznaće trougao i četverougao -klasificira trouglove s obzirom na mjerne uglove i dužine stranica -klasificira četverougao s obzirom na paralelnost njihovih stranica -opisuje unutrašnje i vanjske uglove trougla i četverougla 	<ul style="list-style-type: none"> -opisuje i računa obim i površinu trougla ako su zadane sve tri stranice trougla, poluprečnik opisane i upisane kružnice -opisuje i računa obim i površinu paralelograma, romba i trapeza -računa ostale elemente geometrijskog lika (dužinu dijagonale, stranice, 	<ul style="list-style-type: none"> -samostalno i sigurno računa obim, površinu i druge elemente trougla, četverougla, kruga, dijelova kruga i od njih sastavljenih geometrijskih oblika -bira strategiju za izračunavanje obima i površine u rješavanju problema iz geometrije i svakodnevnog života

	<ul style="list-style-type: none"> -opisuje i prepoznae simetralu ugla, simetralu duži, težišnicu trougla i visinu trouglu -prepoznae značajne tačke trougla -opisuje i računa površinu trougla ako je zadana jedna stranica i visina na tu stranicu -opisuje i računa obim i površinu kvadrata i pravougaonika -opisuje i računa obim i površinu kruga 	poluprečnik opisane i upisane kružnice i sl.)	
Trigonometrija	<ul style="list-style-type: none"> -definiše trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglom trouglu -primjenjuje trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglom trouglu za određivanje nepoznatih veličina u pravouglom trouglu 	<ul style="list-style-type: none"> -primjenjuje osnovne trigonometrijske identitete u dokazima i izračunavanju vrijednosti izraza 	<ul style="list-style-type: none"> -primjenjuje trigonometrijske funkcije za rješavanje problema u planimetriji -modelira situacije iz životnih i drugih područja primjenjujući trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglom trouglu

Tabela 2. Ishodi učenja po tematskim cjelinama

4. STRUKTURA ISPITA

Struktura ispita iz Matematike u okviru integralnog testa

U okviru integralnog testa, predviđeno je 20 zadataka iz matematike. Udjeli područja ispitivanja po nivoima, prikazani su u tabeli 3.

Područja/tematske cjeline	Znanje i razumijevanje	Primjena	Rješavanje problema	%	Bodovi	Broj zadataka
I područje: <ul style="list-style-type: none"> -Skupovi brojeva N, Z, Q, I, R -Stepeni sa cjelobrojnim eksponentom -Cijeli algebarski izrazi (polinomi) -Racionalni algebarski izrazi -Procentni račun, omjer, proporcija 	1	2	1	20	3	3

II područje: -Linearna funkcija -Linearne jednačine i nejednačine -Sistemi linearnih jednačina	2	1		20	3	3
III područje: -Korijeni i operacije sa korijenima -Kompleksni brojevi	1	2		10	3	3
IV područje: -Kvadratna funkcija i kvadratna nejednačina -Kvadratna jednačina(diskriminanta, Vieteova pravila)	1	1	1	10	3	3
V Područje: Eksponencijalna funkcija, eksponencijalne jednačine. Pojam logaritma, logaritamska funkcija, logaritamske jednačine, primjena logaritama	2	1	1	20	4	4
VI Područje: Geometrija: Pianimetrija i trigonometrija	1	1	1	10	3	3
Ukupno zadataka:	8	8	4			
Ukupno	40%	40%	20%	100	20	20

Tabela 3. Primjer Ispitne tablice iz matematike, kao dijela integralnog testa

Na istim mprincipima, Kantonalna predmetna komisija iz matematike formira tablicu za svaki ispitni rok.

5. TEHNIČKI OPIS ISPITA

5.1. Trajanje ispita

Ispit iz Matematike je pismeni. Ispit se piše bez prekida traje do 3 sata, u okviru cjelokupnog integralnog testa.

5.2. Izgled ispita i način rješavanja

Učenici dobivaju test sa dijelom sa formulama, list za odgovore kod integralnog testa i listove za rad (ocjenjivački list).

Test je jedinstven, obuhvaća sve ispitne cjeline te učenici mogu sami odrediti redoslijed rješavanja zadataka. Od učenika se očekuje da pažljivo pročitaju upute koje će slijediti tokom rješavanja ispita.

Učenicima prije ispita treba naglasiti da dobro pročitaju upute prije zadataka, jer je u njima opisan i način obilježavanja točnih odgovora. Zadatke višestrukoga izbora učenici rješavaju obilježavanjem slova točnoga odgovora između četiriju ponuđenih.

Ako u zadacima višestrukoga izbora učenik obilježi više od jednoga odgovora, zadatak će se bodovati s 0 (nula) bodova bez obzira na to što je među obilježenima i točan odgovor. U zadacima kratkoga odgovora učenici upisuju odgovor na predviđeno mjesto u testu. U zadacima produženoga odgovora, koje sadrži isključivo viši nivo ispita, učenici trebaju prikazati postupak rješavanja te upisati odgovor i postupak na predviđeno mjesto u testu. Za rješavanje zadataka učenici mogu koristiti listove za rad, ali moraju, u skladu s navedenim uputama, prepisati ono što se od njih traži na Ocjenjivački list. Rješenja zadataka se neće priznavati ako ne postoji dokaz sa postupkom rješavanja u obrascima tesova.

5.3. Pribor

Tokom pisanja ispita iz Matematike dopušteno je koristiti uobičajeni pribor za pisanje i brisanje (olovka, kemijska olovka plave ili crne boje i gumica). Potreban je geometrijski pribor (trokut ili ravnalo i šestar) i džepno računalo (tzv. znanstveni kalkulator) koje se može koristiti tokom cijelog ispita. Formule su sastavni dio ispitnoga materijala. Učenicima **nije dopušteno** donijeti niti koristiti nikakve druge listove s formulama. Za vrijeme ispita učenici ne nose mobile telefon.

6. PRIMJERI ZADATAKA PO NASTAVNIM TEMAMA I PO NIVOIMA

U ovome poglavlju su primjeri zadataka za svako područje, tematski sadržaj i za svaki nivo zahtjeva dostizanja ishoda.

I PODRUČJE

SKUPOVI BROJEVA I OPERACIJE

Niži nivo:

-zna prepoznati I identifikovati brojeve iz skupova $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}, \mathbb{R}$

1. Koji od datih brojeva nije racionalan: a) 5, b) $\sqrt{5}$, c) $\frac{5}{6}$, d) -5 e) 5π ?

-odrediti njihove absolutne vrijednosti

2. Apsolutna vrijednost gornjih realnog broja: a) 5, b) $\sqrt{5}$, c) $\frac{5}{6}$, d) -5 e) 5π ?

-zna redoslijed izvođenja računskih operacija u skupovima brojeva

3. $18:3+8\cdot2+16-5$

-zna izračunati jednostavnije brojne izraze sa I bez absolutne vrijednosti

4. $|8 - 11|:(-3)+8\cdot|2|$

-zna upotrijebiti simbole intervala (a,b) , $[a,b)$, $(a,b]$, $[a,b]$

5. Koja relacija je tačna: a) $2 \in (2,5)$, b) $2 \in [2,5)$, c) $2 \in (2,5]$, d) $2 \in [2,5]$?

-zna napisati dati skup realnih brojeva intervalima I prikazati ga na brojnoj osi

6. Rješenje nejednačine $x < 6$ u skupu realnih brojeva je interval: a) $(-\infty, 6)$, b) $(-\infty, 6]$, [0,6], (0,6)

Srednji nivo:

-upoređuje brojeve iz skupova N,Z,Q,I,R.

7. Uporediti brojeve $\frac{-4}{3}$ ili $\frac{-5}{4}$.

-pretvara iz jednog oblika u drugi, upoređuje ih

8. Poredati brojeve po veličini: $-3, \sqrt{9}, \frac{-6}{3}, \frac{-3}{6}, \sqrt{10}, \sqrt{7}$

-računa vrijednosti brojnih izraza poštujući redoslijed računskih operacija

9. $18:(-3)+8\cdot 2+\frac{3}{4}\cdot 16$

-računa vrijednosti brojnih izraza sa apsolutnim vrijednostima

$| -18 | : (-3) + 8 \cdot 2 + \left| -\frac{3}{4} \right| \cdot 16$

Viši nivo

-rješava složenije tipove zadataka (brojne izraze) I probleme

a) $3\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{3} - 6\frac{1}{8} : 3\frac{1}{2}$, b) $3\frac{3}{4} \cdot (2\frac{2}{3} - 6\frac{1}{8}) : 3\frac{1}{2}$, c) $3\frac{3}{4} \cdot (2\frac{2}{3} - 6\frac{1}{8} : 3\frac{1}{2})$

-primjenjuje računanje pri rješavanju matematičkih problema iz svakodnevnog života

10. Zbir brojeva 3 i 15 umanjiti za njihovu dvostruku razliku.

STEPENI S CJELOBROJNIM EKSPONENTOM

Niži nivo :

- računa vrijednost stepena sa cjelobrojnim eksponentom i cjelobrojnom bazom

1. Vrijednost datog stepena 3^4 je

- a) 12 b) 3 c) 81 d) 45 (Zaokruži tačan odgovor.)

Srednji nivo :

-računa vrijednost jednostavnijih brojnih izraza sa racionalnom bazom

2. Upariti date vrijednosti stepena:

- | | |
|------------------------------------|----|
| a) $\left(-\frac{4}{3}\right)^0$ | 10 |
| b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ | -1 |
| c) $(-1)^3$ | 1 |
| d) $(0.1)^{-1}$ | 4 |

- a) 10,-1,1,4, b) 1,4,-1,10 c) 1,4,-1,10 d) 4,1,-1,10

3. Uprostiti izraz $(xy^2)^4 : x^3y^2 = ?$

4. Vrijednost izraza $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{6}{1}\right)^{-2}$ je

- a) 2 b) 10 c) 12 d) 8 (Zaokruži tačan odgovor.)

Viši nivo :

-rješava složenije brojne izraze sa racionalnom bazom

5. Jednostavniji oblik algebarskog razlomka $\frac{36x^5y^{-2}z^{-5}}{42y^3x^4z^{-6}}$ je

- a) $\frac{9x^2y}{14z^2}$ b) $\frac{6xz}{7y^5}$ c) $\frac{7x^3z^2}{7y^4}$ d) $\frac{4xz}{9y^5}$ (Zaokruži tačan odgovor.)

CIJELI ALGEBARSKI IZRAZI

Niži nivo:

-zna odrediti stepen polinoma i urediti polinome po rastućim ili opadajućim koeficijentima

1. Napisati polinom po opadajućim eksponentima I odrediti njegov stepen $3x-2x^3+4x^2-5x^4+3+8x^5$

-zna izračunati vrijednost cjelobrojnog algebarskog izraza za datu cjelobrojnu varijablu

2. Izračunati vrijednost polinoma $P(x)=x^3+4x^2-3x+4$, ako je $x=-2$

-razlikuje cijele algebarske izraze po broju članova (monom, binom,...)

3. Šta od navedenog nije monom:

- a) $2x^3$ b) $2x^3 + 1$ c) $-3xy^2$ d) $x^2 - x^4$?

-uočava slične monomer

4. Koji od monoma:

- a) $2xy^2$ b) $-2x^2y$ c) $4xy^3$ d) $4xy$

je sličan monomu $4xy^2$?

-izvodi operacije sabiranja, oduzimanja I množenja sa monomima I binomima

5. Odrediti zbir, razliku i proizvod

a) monoma $3x^4$ i binoma $4x+5$, b) monoma $3x^4$ i trinoma $2x^2-4x+5$, c) binoma $4x+5$ i $2-4x$

Srednji nivo:

-izvodi osnovne matematičke operacije s polinomima(sabiranje, oduzimanje, množenje i dijeljenje)

6. Srediti izraz i odrediti stepen dobijenog polinoma

$$3x^4(4x+5) + 3x^4(2x^2-4x+5) - (4x+5)(2-4x)$$

-zna izračunati vrijednost cjelobrojnog algebarskog izraza za datu realnu varijablu

7. Izračunati vrijednost polinoma $P(x)=x^3+9x^2-3x+4$, ako je $x=-\frac{2}{3}$

-kvadrirati i kubirati binom

8. Stepenovati $(3x+4)^2$, $(2x-1)^3$

-vlada metodama za rastavljanje polinoma na faktore(izvlačenje zajedničkog faktora ispred zagrade, razlika kvadrata)

6. Rastaviti date polinome na prostije faktore

a) $8a^2b-16ab$ d) $25x^2-64y^2$

Viši nivo:

-analizira i rješava problem svođenja polinoma na prostije faktore

9. Rastaviti date polinome na prostije faktore $18x^2-8$

-stepenuje binom I trinom

10. Stepenovati $(\frac{3}{4}x+8)^2$, b) $(x+3-y)^2$

RACIONALNI ALGEBARSKI IZRAZI

Niži nivo

-zna odrediti definiciono područje racionalnog algebarskog izraza

1. Odrediti definiciono područje racionalnog algebarskog izraza $\frac{5x+1}{x}$,

-zna izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza za datu cijelobrojnu varijablu

2. Izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza za datu cijelobrojnu varijablu

$$\frac{5x+1}{x+2}, \text{ ako je } x=-3.$$

Srednji nivo:

-zna izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza za datu realnu varijablu

3. Izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza

$$\frac{5x+1}{x^2-4} \text{ ako je } x=\frac{-2}{3}.$$

-zna pojednostaviti racionalni algebarski izraz (primjena metoda za rastavljanje na prostije faktore I skratiti)

4. Pojednostaviti racionalni algebarski izraz $\frac{4a^2-2ab}{8a-4b}$

Viši nivo:

-obavljati osnovne računske operacije sa složenijim racionalnim algebarskim izrazima

5. Pojednostaviti racionalni algebarski izraz $\left[\frac{(x+y)^2 - 4y^2}{x^2 - y^2} - \frac{x-y}{x+y} \right] : \frac{2y}{x+y}$

OMJER, PROPORCIJE I PROCENTNI RAČUN

Niži nivo:

-prepozna pojam razmjere i proporcije

1. Šta je od navedenog razmjera, a šta proporcija:

a) $a:b$ _____

b) $a:b = c:d$ _____

-zna riješiti proporcije

2. Riješiti proporciju $3:x = \frac{6}{7}:5$

-imenuje osnovne pojmove i elemente procentnog računa

3. Tri osnovne veličine u procentnom računu su: (Dopuni odgovor!)

-razlikuje direktnu i obrnuto proporcionalnost

4. Na prazno polje upisati da li je data funkcija obrnute ili direktne proporcionalnosti: Funkcija $y = 2x$ je funkcija _____ proporcionalnosti, a funkcija $y = \frac{2}{x}$ je funkcija _____ proporcionalnosti.

-zapisuje procenat u obliku decimalnog broja

2. Zapisati procenat u obliku decimalnog broja 0,4%,

-zna odrediti procenat date veličine

3. Odrediti procenat date veličine 5% od 70

Srednji nivo:

-analizira i upoređuje rješenja razmjere i proporcije

-poznaje račun veličina direktne i obrnute proporcionalnosti

4. Ako tri metra platna koštaju 18KM, koliko košta pet metara tog platna?

-računa procenat, procentni iznos i glavnici

5.a) Izračunati glavnici ako je procentni iznos 15% od ukupne sume novca iznosi 350 KM. Kolika je ta suma?

b) Izračunati procentni iznos. Koliko iznosi 5% od 16 000 KM?

c) Izračunati procenat. Koliko iznosi u procentima iznos od 150KM od glavnice 1.2000 KM

Viši nivo:

-primjenjuje stečeno znanje u rješavanju praktičnih problema iz stvarnog života

6. Početna cijena knjige je 20KM, prvo je poskupila za 30%, a zatim pojeftinila za 30%. Kolika je sada cijena knjige?

II PODRUČJE

LINEARNA FUNKCIJA

Niži nivo:

-prepoznae linearu funkciju

1. Koja od datih funkcija je linearna:

a) $f(x)=3$, b) $f(x)=3x-2$, c) $f(x)=x^2 + 2$?

-računa vrijednost funkcije za datu promjenljivu

2. Izračunati vrijednost funkcije $f(x)=2x+5$ za a) $x=3$,

Provjeriti da li tačka A(1,7) pripada datoј funkciji.

Srednji nivo:

-izražava formulom linearu funkciju

1. Kako glasi opći oblik linearne funkcije?

-određuje njen domen I nulu funkcije

2. Odrediti domen i nulu funkcije a) $f(x)=2x+4$,

-predstavlja datu funkciju tabelarno I grafički

3. Predstaviti datu funkciju tabelarno I grafički $f(x)=2x+4$

Viši nivo:

-formulira funkcije na osnovu grafika ili tabele

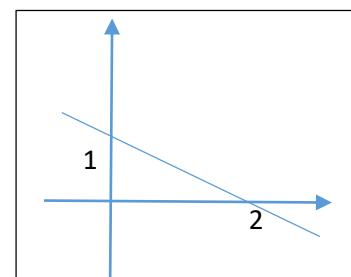
4. Kako glasi funkcija čiji je tabelarni prikaz naveden u sljedećoj tabeli

x	0	1	2	3
$f(x)$	1	3	5	7

-ispituje, ili uviđa sa grafika osobine linearne funkcije

5. Pripada li tačka A(1,1) datoј funkciji koja je prikazana grafikom

-formulira funkcije na osnovu datih podataka (k, n ili tačke kroz koje funkcija prolazi)



6. Odrediti vrijednost parametra tako da prava $f(x)=ax+5$ prolazi tačkom (2,13).

-primjenjuje I koristi znanje iz linearne funkcije na problemske zadatke

7. Izračunati vrijednost funkcije $f(x)=x+n$ za $x=7$, ako je poznato da ona prolazi tačkom A(3,5).

LINEARNA JEDNAČINA I NEJEDNAČINA

Niži nivo:

-razlikuje nepoznatu veličinu I parametar

1. Riješiti jednačinu po nepoznatoj x , $x+5=a-2$

-rješava jednostavnije linearne jednačine

2. Riješiti jednačinu: $3x+5=-7$

-prepoznaće tipove jednačina: određena, neodređena I proturječna jednačina

3. Provjeriti da li je broj $x=-1$ rješenje jednačine $3x-4=-7x$

-uočava razliku između jednačina I nejednačina, kao I njihovih rješenja (broj I interval)

4. Riješiti jednačinu $2x+6=x+10$,

Srednji nivo:

-izdvaja nepoznatu veličinu datu na više mesta u jednačini

5. Riješiti jednačinu $4x-3+x=2x-1$

-svodi jednačine na ekvivalentne sa jednostavnijim oblikom

6. Riješiti jednačinu: $3x+5-2x+2=x-7+2x$,

-analizira i upoređuje rješenja nejednačina

7. Rješenje nejednačine $3x+5 \leq 2$ je a) $(-\infty, -1)$, b) $(-\infty, -1]$,

-rezimira rješenja

-rješava jednostavnije jednačine sa absolutnim vrijednostima

8. $2|x| - 5 = |x| + 2$

Viši nivo:

-primjenjuje I upotrebljavati stečeno znanje u rješavanju praktičnih problema iz svakodnevnog života(rješavanje problemskih zadataka pomoću jednačina ili nejednačina)

9. Polovina nekog broja je za 4 veća od njegove trećine. Koji je to broj?

-rješava složenije linearne jednačine

$$10. \text{ a)} \frac{3x-5}{x-1} - \frac{2x-5}{x-2} = 1, \quad \text{b)} \frac{2x+2}{4x^2-9} - \frac{5}{2x+3} + \frac{5}{2x-3} = 0.$$

-rješava složenije linearne nejednačine

10. a) $\frac{x+1}{3} - \frac{3x}{5} + x > \frac{x}{15} - 1$, b) $\frac{8}{2x+1} < 3$

SISTEMI LINEARNIH JEDNAČINA

Niži nivo:

-prepozna opći oblik sistema linearnih jednačina

-uočava da je uređeni par rješenje sistema

-zna provjeriti da li je dati par rješenje datog sistema

47. Provjeriti da li je par (4,3) rješenje datog sistema $2x+5y=23$, $x-6y=-14$

Srednji nivo:

-razumije bar jednu od metoda rješavanja sistema linearnih jednačina

48. Riješiti sistem jednačina proizvoljnom metodom $2x+5y=23$, $x-6y=-14$

Viši nivo:

-vlada metodologijom više različitih metoda za rješavanje sistema

49. Riješiti sistem jednačina $2x+5y=23$, $x-6y=-14$ a) metodom suprotnih koefficijenata, b) metodom supstitucije, c) metodom determinanti

-rješava problemske zadatke pomoću sistema jednačina

50. Prije 4 godine otac je bio 7 puta stariji, a nakon 4 godine otac će biti 3 puta stariji od sina. Koliko godina sada ima otac, a koliko sin?

III PODRUČJE

KORIJENI I OPERACIJE SA KORIJENIMA

Niži nivo:

-izračunava vrijednost korijena sa racionalnim radikandom

-sabira, oduzima, množi i dijeli korijene istih eksponenata

1. Vrijednost korijena $\sqrt{\frac{9}{4}}$ je:

- a) 1 b) $\pm \frac{3}{2}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $-\frac{3}{2}$

2. Saberi (oduzmi) korijene: $2\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{2} - 2\sqrt{5}$

- a) $2\sqrt{4} - 3\sqrt{10}$ b) $3\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$ c) $3\sqrt{2}$ d) $6\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$

3. Podijeli korijene $\sqrt[3]{54a^{11}b}$: $\sqrt[3]{9a^3b}$

a) $\sqrt[3]{6a^8b}$ b) $\sqrt[3]{6a^8}$ c) $\sqrt[3]{6a^{14}b^2}$ d) $\sqrt[3]{45a^8b}$

4. Stavi broj na crtlu u desnoj koloni, koji odgovara broju u lijevoj koloni, da bi formulacija (izjava) bila tačna, a potom zaokruži jednu od ponuđenih kombinacija (koja je tačna)

1. korijeni se sabiraju (oduzimaju) samo ako imaju iste eksponente
 2. korijeni se množe (dijele) samo ako imaju pomnožimo eksponente, a radiknd prepišemo
 3. korijeni se korjenuju: iste eksponente i iste radikande
 4. korijene stepenujemo: prepišemo eksponent, a radikand stepenujemo
- a) 3124 b) 1324 c) 4231 d) 2314

Srednji nivo:

-proširuje i skraćuje korijene

-parcijalno korjenuje

-racionališe nazivnik

1.) Izvrši djelimično korjenovanje $\sqrt{50}$

2. Saberi (oduzmi): $2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{27} - 2\sqrt{8}$

a) $-2\sqrt{2} + 12\sqrt{3}$ b) 1 c) $-6\sqrt{2} + 18\sqrt{3}$ d) $2\sqrt{22}$ (zaokruži tačan odgovor)

3. Nakon skraćivanja korijena $\sqrt[12]{8}$ njegova vrijednost je:

a) $\sqrt[4]{2}$ b) $\sqrt[3]{4}$ c) $\sqrt[6]{2}$ d) $\sqrt{2}$

4. Pomnoži korijene $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{2a} =$

a) $\sqrt[12]{2a^2x^2}$ b) $\sqrt[12]{8a^9x^8}$ c) $\sqrt[6]{4a^4x^4}$ d) $\sqrt[12]{2a^9x^8}$ (zaokruži tačan odgovor)

5. Racionališi nazivnik razlomka $\frac{2}{\sqrt{5}}$:

a) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ b) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ c) $\sqrt{5}$ d) $\frac{2}{5}$ (zaokruži tačan odgovor)

Viši nivo:

-izračunava vrijednosti izraza

-radi korjenovanje korijena,

-steponi s realnim eksponentom,

-racionalisanje nazivnika koji je oblika zbiru ili razlike

1. Vrijednost izraza $16^{0,5} - \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ je:

a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) 12 d) 3

2. Vrijednost izraza $(\sqrt[3]{x^2y^{-1}} : \sqrt{x^{-1}y^{-2}}) \cdot \sqrt[4]{x^{-5}y^{-3}}$ = je:

- a) $\sqrt[12]{\frac{y}{x}}$ b) $\sqrt[12]{\frac{x}{y}}$ c) $\sqrt[12]{xy}$ d) $\sqrt[12]{\frac{1}{xy}}$

3. Vrijednost izraza $\sqrt{\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}$ jeste:

- a) $\sqrt{128}$ b) $\sqrt[8]{8}$ c) $\sqrt[16]{128}$ d) $\sqrt{8}$

4. Stepen $8^{-\frac{2}{3}}$ u obliku korijena zapisujemo sa:

- a) $\sqrt{8^3}$ b) $\sqrt[3]{8^2}$ c) $\sqrt[3]{\frac{1}{8^2}}$ d) $\sqrt{8^{-3}}$

5. Nakon racionalizacije nazivnika izraz $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ jednak je :

- a) $\frac{1-\sqrt{15}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{15}-1}{2}$ c) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ d) $\frac{\sqrt{15}}{2}$

KOMPLEKSNI BROJEVI

Niži nivo:

- definiše imaginarnu jedinicu (korijen iz negativnog broja)
- prepozna opći oblik kompleksnog broja
- uoči razliku između realnog i imaginarnog dijela
- prepozna ili odredi konjugovano-kompleksan broj datom broju
- izračuna modul

1. Prema definiciji imaginarne jedinice u skupu C , $i^2=?$

- a) 1 b) -1 c) 0 d) 2

2. Kako glasi opći oblik kompleksnog broja?

3. Realni dio kompleksnog broja $Z = 1+2i$

- a) 1 b) 2 c) -1 d) -3

4. Imaginarni dio kompleksnog broja $Z= 3-2i$

- a) 3 b) -2 c) -3 d)

5. Dat je kompleksan broj $z=2+2i$, njemu konjugovano-kompleksan broj je

- a) $z=-2-2i$ b) $z= 2-2i$ c) $z=-2+2i$ d) $z=2-2$

6. Dat je kompleksan broj $z=3+4i$, modul kompleksnog broja je

- a) $|z| = 5$ b) $|z| = 9$ c) $|z| = 16$ d) $|z| = 7$

Srednji nivo:

- stepenuje imaginarnu jedinicu
- predstaviti kompleksan broj u Gausovoj ravni
- obavlja matematičke operacije sa kompleksnim brojevima (sabiranje, oduzimanje, množenje i kvadriranje)

1. Zaokružiti tačan odgovor :

$i^3 =$	1	$-i$	i	0
$i^4 =$	$-i$	1	i	1
$i^5 =$	1	i	$-i$	1
$i^0 =$	$-i$	1	1	i

2. Kompleksan broj $z = 3-2i$ predstaviti u Gausovoj ravni ?

3. Dati su kompleksni brojevi $Z_1 = 1 - 2i$ $Z_2 = -2 + 3i$, tada je $z_1 + z_2$

- a) $-3-5i$ b) $-1+i$ c) $1+i$ d) $3+5i$

4. Dopuniti $(1-i\sqrt{3})^2 = \dots - 2i\sqrt{3} + \dots$

5. Dati su kompleksni brojevi $Z_1 = 1 - 3i$ $Z_2 = 2 + 4i$, proizvod $z_1 z_2 =$

- a) $14-2i$ b) $10+10i$ c) $-10+2i$ d) $-2-2i$

Viši nivo:

-obavlja matematičke operacije sa kompleksnim brojevima (sabiranje, oduzimanje i množenje i dijeljenje)

-rješava jednačine sa kompleksnim brojevima

1. Dati su kompleksni brojevi $Z_1 = -1 - 3i$ $Z_2 = -2 + i$, tada je $(z_1 - z_2) / z_1$?

- a) $-13+i$ b) $13+7i$ c) $11+i$ d) $-11+i$

2. Ako je $Z_1 = 2+i$, odredi kompleksan broj $Z = x+iy$ tako da vrijedi

$$\operatorname{Re}(Z/\bar{Z}_1) = -3/5, \operatorname{Im}(ZZ_1)=1$$

- a) $x=1, y=-1$ b) $x=-1, y=1$ c) $x=-1, y=-1$

IV PODRUČJE

KVADRATNE JEDNAČINE I VIETOVA PRAVILA

Niži nivo:

- uočava kvadratnu jednačinu, njene koeficijente
- zna riješiti kvadratnu jednačinu tipa $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$
- zna provjeriti da li su dati brojevi rješenja date jednačine

1. Riješiti jednačine: a) $x^2 - 7x + 12 = 0$, b) $9x^2 + 18x + 5 = 0$, c) $x^2 - 9x = 0$,
d) $x^2 - 9 = 0$,

2. Odrediti koeficijente kvadratne jednačine $x^2 + x - 3 = -2x^2 - 3x + 3$

3. Provjeriti da li je $x = -3$ rješenje kvadratne jednačine $x^2 + 7x + 12 = 0$.

Srednji nivo:

- zna razlikovati I riješiti potpune I nepotpune kvadratne jednačine
- skup rješenja prikazuje na brojnoj pravoj I pomoću intervala

4. Riješiti jednačine: $(x+3)(x-2)+(x+2)^2-3x-10=0$,

5. Provjeriti da li su brojevi $\frac{-3}{7}$ i $\frac{1}{7}$ rješenja jednačine $49x^2=3-14x$.

Viši nivo:

- analizira rješenja kvadratne jednačine u zavisnosti od diskriminante

6. Za koje vrijednosti parametra m jednačina $2x^2-8x+m+10=0$ ima realna različita rješenja?

- analizira I rješava kvadratne jednačine primjenom Vieteovih pravila

7. U jednačini $3x^2+mx-2=0$ odrediti parametar m tako da za njena rješenja vrijedi $x_1^2 + x_2^2 = \frac{13}{9}$.

8. Napisati kvadratnu jednačinu koja ima rješenja $x_1 = 2 - i$, $x_2 = 2 + i$,

KVADRATNA FUNKCIJA I KVADRATNE NEJEDNAČINE

Niži nivo:

- prepozna grafik kvadratne funkcije, odredi vrijednost date funkcije za datu varijablu
- provjeri da li data tačka pripada funkciji

- Izračunati vrijednost funkcije $f(x)=x^2+5x-3$ za $a)x=-3,$
- Provjeriti da li tačka $A(0,-3)$ pripada grafiku funkcije $f(x)=x^2+5x-3.$

Srednji nivo:

- objasni zavisnost grafa od kvadratnog koeficijenta
- određuje domen, nule i tjeme kvadratne funkcije
- povezuje broj nula funkcije s diskriminantom
- rješava kvadratne nejednačine koristeći nule funkcije i graf
- rješava kvadratne nejednačine koristeći rastavljanje kvadratnog trinoma na faktore

- Kako izgleda parabola u zavisnosti od koeficijenta $a?$
- Odrediti domen, nule i tjeme kvadratne funkcije a) $f(x)=x^2+5x+6$, b) $f(x)=x^2-4x+4.$
- Kakva mogu biti rješenja u zavisnosti od diskriminante?
- Riješiti kvadratne nejednačine: a) $x^2+5x+6>0$, b) $x^2-9x+20\leq 0$, c) $x^2+5x<0$, d) $x^2-9\geq 0.$
- Rastavljanjem na faktore, riješiti nejednačinu b) $x^2-6x-7\leq 0,$

Viši nivo:

- ispita kvadratnu funkciju (domen, nule, tjeme), skicira njen grafik i odredi tok funkcije
 - očitava sa grafika nule funkcije, znak, ekstrem i vrstu ekstrema
 - diskutuje grafik funkcije u zavisnosti od koeficijenata i diskriminante
 - rješava nejednačine koje se svode na kvadratne nejednačine koristeći rastavljanje kvadratnog trinoma na faktore ili graf odgovarajuće parabole
 - uspostavlja odnos između poznavanja grafika i rješavanja problema ekstrema
 - koristi stečeno znanje na problem iz stvarnog života
- Ispitati i nacrtati grafik funkcije $y = 2x^2 - x - 3.$
 - Ispitati ekstrem funkcije $y = 3x^2 - x - 2.$
 - U skupu funkcija $y= -mx^2+(m-n)x-n$, $m,n \in R$, odrediti funkciju koja ima maksimum -3 za $x= -1.$
 - Riješiti nejednačine: $\frac{x^2+4x+5}{x^2-5x+6} < 0.$
 - Za koje vrijednosti parametra m jednačina $mx^2 + (1 + 3m)x + m = 0$ ima konjugovano-kompleksna rješenja?
 - Za koje vrijednosti parametra m funkcija $y=(m-3)x^2+4x+2$ je negativna u cijeloj svojoj domeni?
 - Od žice dužine 16 cm treba napraviti pravougaonik maksimalne površine. Odrediti stranice takvog pravougaonika.

V PODRUČJE

EKSPONENCIJALNA FUNKCIJA

Niži nivo:

- Računa sa stepenima racionalnog eksponenta.
- Stepene jedne osnove pretvara u stepene druge osnove.
- Računa vrijednost eksponencijalne funkcije.
- Skicira grafik eksponencijalne funkcije.

- 1) $5 \cdot 3^n - 3^{n+1} = ?$
 - 2) U kojoj tački grafik funkcije : $f(x) = 2^{x-1}$, siječe osu Oy?
 - 3) Izračunati 3^{-2x} , za $x = -\frac{1}{2}$.
 - 4) Izbaciti uljeza: $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, 27, 1, 81, 2, \frac{1}{3}, \sqrt{3}$
 - 5) Zadana je funkcija $f(x) = 3^x + 2$.
 - a) Odredite skup svih vrijednosti (sliku) funkcije?
 - b) Koliko rješenja ima jednačina $f(x) = 3$?
 - 6) Zadana je funkcija $f(x) = 2^x - 8$.
 - a) Odredite nultačku funkcije f ?
 - b) Izracunajte $f(-5)$.
 - 7) Popuni tabelu :
- | | | | | |
|-----------------|----|---|---------------|---|
| x | -2 | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 |
| $f(x) = 3^{-x}$ | | | | |
- 8) Skicirati grafik funkcije $f(x) = 2^x$

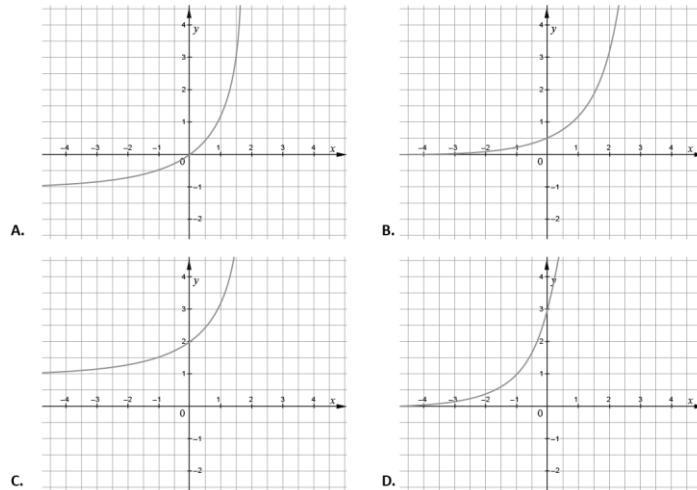
Srednji nivo:

- Stepene složenog eksponenta pretvara u proizvod,količnik ili korijen .
- Crta grafik funkcije $y = e^x$.
- Analizira osobine eksponencijalne funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom.
- Razumije monotonoost funkcije.

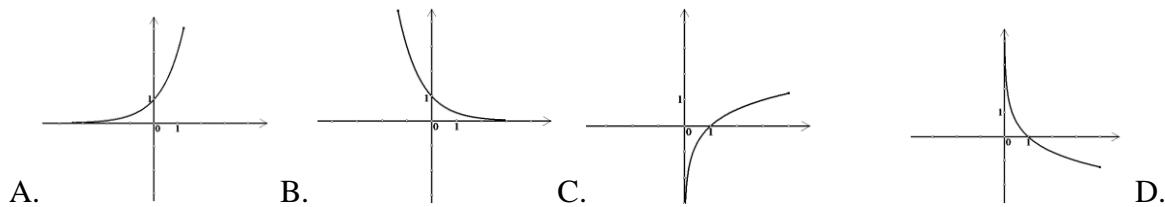
9) Izračunati: $\frac{0,01^{-1,5} \cdot \sqrt{10}}{0,001^{-\frac{1}{2}}}$

10) Ako je: $e^{10k} = \frac{6}{5}$, izračunati e^{5k} ?

11) Na kojoj je slici prikazan graf funkcije $f(x) = 3^{x+1}$?



12) Na kojoj je slici prikazan graf funkcije $f(x) = 3^x$?



13. Izbaciti uljeza: $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, 27, 1, 81, 2, \frac{1}{3}, \sqrt{3}$

14) Nakon utrke puls (broj otkucaja srca u minuti) trkača mijenja se prema formuli $P(t) = 150 \cdot 2^{-0.13t}$ gdje je t vrijeme u minutama nakon završetka utrke. Koliki je puls trkača 2 minute nakon završetka utrke?

Viši nivo:

-Prepoznaće eksponencijalnu ovisnost.

-Određuje tok znak i asimptote eksponencijalne funkcije oblika: $y = a^{f(x)}$, ($0 < a < 1, a > 1$).

-U problemima opisanim eksponencijalnom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanoj argumenta.

-Modelira eksponencijalnom funkcijom

14) Svetarska sonda putuje prema planeti udaljenoj $4 \cdot 10^9 \text{ km}$ od Zemlje. Nakon što je prošla četvrtinu puta, izgubila je vezu s bazom na Zemlji. Veza je ponovno uspostavljena na udaljenosti $1.3 \cdot 10^9 \text{ km}$ od Zemlje. Koliko je kilometara sonda preletjela bez kontakta s bazom?

15) Sila trenja čeličnog užeta omotanog oko željeznog valjka omogućuje da se neka veća sila P drži u ravnoteži manjom silom P_0 . Veza između P i P_0 zadana je formulom $P = P_0 \cdot 3^n$, gdje n označava broj namotaj. Koliki teret možemo držati pomoću sile od 50N ako imamo 3 namotaja.

EKSPONENCIJALNE JEDNAČINE

Niži nivo:

-Primjenjuje i formulira operacije s stepenima i korijenima.

-Prepoznaće i rješava jednostavnije eksponencijalne jednačine $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ ($0 < a < 1, a > 1$).

1) Izračunajte: $4^{\frac{3}{2}} \cdot \left(27^{\frac{1}{3}}\right)^{-2}$ i rezultat napišite kao razlomak.

2) Riješiti jednačinu: $4^{5-9x} = \frac{1}{8^{x-2}}$

Srednji nivo:

-Prelazi iz jednog prikaza stepena racionalnog eksponenta u drugi prikaz.

-Rješava eksponencijalne jednačine koje sadrže stepene različitih osnova.

-Rješava eksponencijalne jednačine koje se smjenom svode u kvadratne.

3) Napišite $\frac{3^{2a-1}}{81^a} \cdot 27^{-1}$ u obliku stepena s bazom 3.

4) Riješiti jednačinu: $32^{x+1} = \frac{\sqrt{8}}{4}$

5) Riješiti jednačinu: $2^x + \frac{9}{2^x} = 10$.

Viši nivo:

-Razumije da je jednačina oblika: $a^x = b$ ($0 < a < 1, a > 1$), $b < 0$ nemoguća.

-Rješava složenije eksponencijalne jednačine koje sadrže stepene različitih osnova.

12) Skup rješenja jednačine: $8^{2x} = 0$ je

a) $\{\emptyset\}$ b) $\{0\}$ c) $\{-\infty, +\infty\}$ d) $\{1\}$

6) Riješiti jednačinu: $8 \cdot 16^x = 7 \cdot 14^x$

7) Riješiti jednačinu: $2^{2x+1} \cdot 9^{x+1} = 3 \cdot 6^{x+3}$

POJAM LOGARITMA

Niži nivo:

- Određuje vrijednost logaritma zadane osnove i numerusa.
- Računa vrijednost brojnog izraza koristeći definiciju logaritma.

1) Vrijednost izraza $\log 100 - \log 10 + \log 1000$ je ?

2) Izračunaj x ako je $\log_2 x = -3$.

3) Vrijednost izraza $\log_3 \frac{1}{27} + \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}$ je ?

Srednji nivo:

- Određuje osnovu (numerus) ako je poznata vrijednost logaritma.
- Primjenjuje i navodi pravila logaritmovanja.
- Povezuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju i određuju inverznu funkciju.
- Razlikuje dekadski i prirodni logaritam.

4) Izračunaj x ako je: a) $\log_x 8 = 3$ a) $\log_2 \frac{1}{8} = x$ c) $\log_{\sqrt{2}} x = -1$

5) Koliko je: $\log 25 + \log 4$?

6) Za pozitivni realni broj x vrijedi da je: $\log_3 x = 2$. Koliko je tada $\log_x 9$?

6) Odredi domenu funkcije: $y = \ln(x+3) - 2$

7) Odredi inverznu funkciju funkcije: $y = \ln(2x+1)$.

Viši nivo:

- Rješava eksponencijalnu jednačinu oblika: $a^x = b$ ($0 < a < 1, a > 1$), $b > 0$
- Prelazi iz eksponencijalnog u logaritamski oblik i obrnuto.

8) Zapiši u eksponencijalnom obliku: $\log_{\sqrt{3}} 81 = 8$

9) Ako je $\log_2 10 = a$, onda je $\log_4 1000 = ?$

10) Čemu je jednako: $\log_2 \frac{4}{2^{x+1}}$?

11) Odrediti vezu između veličina x i y ako je: $\log_{16} x = \log_2 y$

LOGARITAMSKA FUNKCIJA

Niži nivo:

-Skicira grafik jednostavne logaritamske funkcije.

1) Odrediti tačku u kojoj graf funkcije : $y = \log_3 x$ siječe osu Ox.

Srednji nivo:

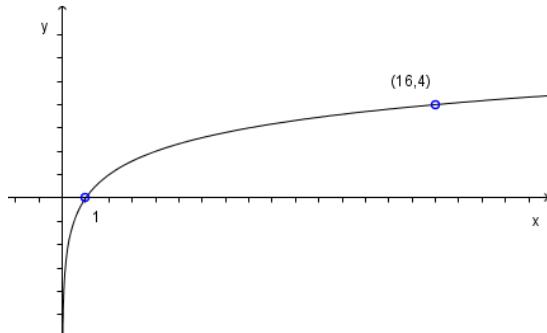
-Određuje domenu logaritamske funkcije.

-Analizira osobine logaritamske funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom.

-Razumije monotonost logaritamske funkcije

2) Odrediti domenu funkcije: $f(x) = \log_2(x^2 + 2)$

3) Na slici je grafik funkcije $f(x) = \log_b x$. Odredite b ?



4) Odredite koordinate tačaka u kojima graf funkcije $f(x) = \log_2(x+2)+1$ siječe koordinatne ose.

5) Koji je skup domena funkcije $f(x) = \log(2x+4)$?

6) Ako tačka $A(2, -1)$ pripada grafu funkcije $f(x) = \log_a x$, izračunati $f(8)$.

Viši nivo:

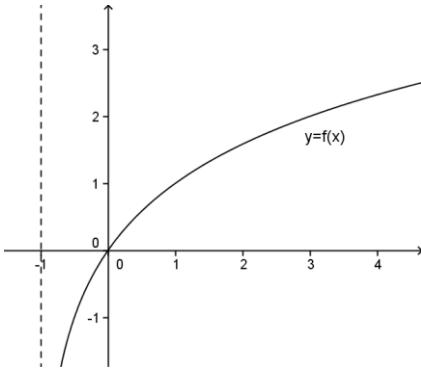
-Određuje domenu složenje logaritamske funkcije.

-Analizira osobine složenje logaritamske funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom.

7) Odrediti domenu funkcije: $f(x) = \log(2x^2 + 5x - 3)$

8) Sa grafika odrediti:

- a) Domenu funkcije, b) Nulu funkcije, c) Znak funkcije d) Asimptotu funkcije



- 9) Nivo buke (u decibelima) zvuka intenziteta I zadana je formulom $L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$, gdje je I_0 najmanji intenzitet zvuka koi i može registrovati ljudsko uho. Glasanja slavuja iznosi $10^3 I_0$. Izračunati glasnoću glasanja slavuja.

LOGARITAMSKE JEDNAČINE

Niži nivo:

- Provjerava rješenje logaritamske jednačine.
- Rješava logaritamske jednačine direktnom primjenom definicije logaritma.

1) Provjeriti da li je $x = \frac{3}{2}$ rješenje jednačine: $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = 1$.

2) Riješiti jednačinu: $\log(x+2) = 2$.

3) Riješiti jednačinu: $\log_3(1-x^2) = 0$.

Srednji nivo:

- Određuje domenu logaritamske jednačine.
 - Primjenom pravila logaritmovanja transformiše jednačinu u jednačinu osnovnog oblika.
 - Rješava logaritamske jednačine koje se smjenom svede u kvadratne.
 - U problemima opisanim logaritamskom funkcijom računa vrijednost argumenta.
- 4) Koliko realnih rješenja ima jednačina: $\log_2(x-2) + \log_2(x+3) = 2 + \log_2(2x-3)$?

5) Odrediti definiciono područje jednačine $\log(x^2 - 4) + \log x = \log(3 - x)$.

6) Riješiti jednačinu $\log^2(x-1) - 4 \log(x-1) + 3 = 0$.

7) Riješiti jednačinu: $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-\log x} : \left(\frac{1}{5}\right)^{1-\log x} = 8$.

Viši nivo:

-Rješava logaritamske jednačine koje sadrže logaritme različitih osnova.

-Logaritamskom jednačinom modelira problemske situacije.

-Utvrdjuje smislenost dobijenih rješenja.

8) Riješiti jednačinu : $\log_{\sqrt{2}} x \cdot \log_2 x \cdot \log_{2\sqrt{2}} x \cdot \log_4 x = 54$.

9) Riješiti jednačinu: $2 + \log_5 \sqrt{1+x} + 3 \log_5 \sqrt{1-x} = \log_5 \sqrt{1-x^2}$

10) Riješiti jednačinu: $x^{2\log x} = 10x$

11) Prema zakonu zaboravljanja, ako je neko gradivo naučeno s uspješnosti U_0 , tada t mjeseci nakon toga uspješnost U rješavanja toga gradiva zadovoljava jednačinu :

$\log U = \log U_0 - c \cdot \log(t+1)$, gdje je c konstanta koja ovisi o vrsti gradiva. Uspješnost U mjeri se brojem postignutih bodova na ispit. Nino je na ispit u Matematike postigao 82 boda. Nakon godinu dana ponovno piše ispit koji provjerava isto gradivo. Koliko bi bodova prema zakonu zaboravljanja postigao ako je $c = 0,3$?

PRIMJENA LOGARITAMA

Niži nivo:

-Izračunava dekadski logaritam upotrebom kalkulatora.

-Određuje broj čiji je dekadski logaritam poznat.

1) Izračunati : $\log \sqrt[10]{15}$

2) Izračunati x ako je: $\log x = 2,3126$

Srednji nivo:

-Izračunava dekadski i prirodni logaritam složenog brojnog izraza upotrebom kalkulatora.

-Određuje broj čiji je dekadski i prirodni logaritam poznat.

3) Izračunati : $\log \frac{0,23^{3,2}}{\sqrt[10]{2,7}}$

4) Izračunati : $\log_3 \sqrt[3]{0,2019}$

Viši nivo:

-Računa vrijednost složenog brojnog izraza pomoću logaritama.

$$1) \text{ Izračunati pomoću logaritama vrijednost izraza: } A = \sqrt[4]{\frac{12 \cdot \sqrt{0,193}}{\sqrt[1,3]{15}}}$$

2) Otapanje neke tvari u vodi vrši se po zakonu: $S = S_0(1 - e^{-kt})$, pri čemu je S količina tvari otopljene u vremenu t , S_0 količina potrebna za zasićenost otopine a k pozitivna realna konstanta.

Ako se $20g$ šećera otopi za 1 min , a $30g$ šećera otopi za 2 min , izračunati S_0 potrebno da se postigne zasićenost otopine.

VI PODRUČJE

PLANIMETRIJA

Niži nivo:

- opisuje i računa obim i površinu kruga
- prepozna ugao i vrste uglova
- prepoznae trougao i četverougao
- klasificira trouglove s obzirom na mjerne uglove i dužine stranica
- klasificira četverougao s obzirom na paralelnosti njihovih stranica
- opisuje unutrašnje i vanjske uglove trougla i četverouglja
- opisuje i prepoznae simetralu ugla, simetralu duži, težišnicu trougla i visinu trouglu
- prepoznae značajne tačke trougla
- opisuje i računa površinu trougla ako je zadana jedna stranica i visina na tu stranicu
- opisuje i računa obim i površinu kvadrata i pravougaonika

1) Četverougao koji ima jedan par paralelnih stranica zove se:

- a) kvadrat, b) romb, c) trapez, d) deltoid. (rj.c))

3) Površina kvadrata čija je dijagonala $d = 3\text{ cm}$ iznosi:

- a) 9 cm^2 , b) $\frac{9}{2}\text{ cm}^2$, c) 6 cm^2 , d) 3 cm^2 . (rj.b))

4) Ako je površina kruga $P = 16\pi\text{ cm}^2$, onda je obim kruga:

- a) 16 cm , b) 8 cm , c) $4\pi\text{ cm}$, d) $8\pi\text{ cm}$. (rj.d))

- 5) Dva ugla čiji zbir iznosi 180° zovu se:
 a) komplementni, b) suplementni, c) unakrsni, d) susjedni. (***(rj.b)***)
- 6) Na osnovu osobina četverougla „izbaciti uljeza“:
 a) pravougaonik, b) kvadrat, c) paralelogram, d) trapez. (***(rj.d)***)
- 7) Ako je unutrašnji ugao trougla 30° , onda njegov susjedni vanjski ugao iznosi:
 a) 60° , b) 120° , c) 150° , d) 90° . (***(rj.c)***)
- 8) Ako je jedna stranica trougla 10 cm i visina na tu stranicu 6 cm onda površina tog trougla je:
 a) 60 cm^2 , b) 30 cm^2 , c) 16 cm^2 , d) 120 cm^2 . (***(rj.b)***)
- 9) Ako je visina jednakostaničnog trougla $h = 9\text{ cm}$, onda je obim tog trougla:
 a) 27 cm , b) 18 cm , c) $18\sqrt{3}\text{ cm}$, d) $9\sqrt{3}\text{ cm}$. (***(rj.c)***)
- 10) Površina pravouglog trougla čija je jedna kateta $a = 6\text{ cm}$ i hipotenuza $c = 10\text{ cm}$ je:
 a) 24 cm^2 , b) 60 cm^2 , c) 48 cm^2 , d) 80 cm^2 . (***(rj.a)***)

Srednji nivo:

- opisuje i računa obim i površinu trougla ako su zadane sve tri stranice trougla, poluprečnik opisane i upisane kružnice
- opisuje i računa obim i površinu paralelograma, romba i trapeza
- opisuje i računa obim i površinu kružnog prstena i kružnog isječka
- računa ostale elemente geometrijskog lika (dužinu dijagonale, stranice, poluprečnik opisane i upisane kružnice i sl.)

- 1) Dat je kvadrat stranice $a = 14\text{ cm}$. Svaka njegova stranica podijeljena je u odnosu $3:4$, a kad se dobivene tačke spoje dobije se drugi kvadrat. Izračunati površinu novog kvadrata.
(rješenje: $P = 100\text{ cm}^2$)
- 2) Stranice pravougaonika odnose se kao $12:5$, a obim je 68 cm . Izračunati površinu opisane kružnice oko pravougaonika
(rješenje: $P = 169\pi\text{ cm}^2$)
- 3) Jedna stranica pravougaonika je $a = 12\text{ cm}$ a druga je za 8 cm manja od dijagonale pravougaonika. Izračunati površinu pravougaonika.
(rješenje: $P = 48\text{ cm}^2$)
- 4) Izračunati obim i površinu pravouglog trougla kada je dato:
 a) $b = 12\text{ cm}$, i $a:c = 3:5$, b) $a = 30\text{ cm}$ i $h = 24\text{ cm}$.
 a,b – katete trougla, c – hipotenuza, h – visina na hipotenuzu.
(rješenje: a) $O = 36\text{ cm}$, $P = 54\text{ cm}^2$, b) $O = 120\text{ cm}$, $P = 600\text{ cm}^2$)
- 5) Proizvod poluprečnika upisanog i opisanog kruga kod jednakostaničnog trougla je $R \cdot r = 24$. Izračunati obim i površinu trougla.

(rješenje: $O = 36\text{cm}$, $P = 36\sqrt{3}\text{cm}^2$)

- 6) Data je osnovica jednakokrakog trougla $a = 12\text{cm}$ i visina na krak $h_b = \frac{48}{5}\text{cm}$. Izračunati površinu trougla i drugu visinu.
(rješenje: $h_a = 8\text{cm}$, $P = 48\text{cm}^2$)
- 7) Date su dvije stranice trougla $a = 13\text{cm}$ i $b = 15\text{cm}$ i visina koja odgovara trećoj stranici $h = 12\text{cm}$. Izračunati površinu tog trougla.
C (rješenje: Postoje dva trougla sa datim podacima ΔABC i $\Delta AB'C$)
- 8) Stranice trougla su $a = 20\text{cm}$, $b = 13\text{cm}$ i $c = 11\text{cm}$. Kolika je najveća visina u tom trouglu?
(rješenje: $h_c = 12\text{ cm}$)
- 9) Površina romba je 2400 cm^2 , a dužina jedne dijagonale je $d_1 = 80\text{cm}$. Izračunati obim romba i poluprečnik upisanog kruga.
(rješenje: $O = 200\text{cm}$, $r = 24\text{cm}$)
- 10) Površina jednakokrakog trapeza je 96 cm^2 a njegov krak je za 2 cm veći od visine. Koliki je obim trapeza i kolike su njegove paralelne stranice kad se one međusobno razlikuju za 12cm .
(rješenje: $a = 18\text{cm}$, $c = 6\text{cm}$, $O = 22\text{cm}$)
- 11) Izračunati obim i površinu kruga čija tetiva iznosi 8cm , a visina pripadnog luka $h = 2\text{cm}$.
(rješenje: $O = 10\pi\text{ cm}$, $P = 25\pi\text{ cm}^2$)

Viši nivo:

-samostalno i sigurno računa obim, površinu i druge elemente trougla, četverougla, kruga, dijelova kruga i od njih sastavljenih geometrijskih oblika

-bira strategiju za izračunavanje obima i površine u rješavanju problema iz geometrije i svakodnevnog života

- 1) Oko kruga poluprečnika $r = 3\text{cm}$ opisan je trougao, a oko trougla krug. Koliki je poluprečnik ovog posljednjeg kruga, ako se stranice trougla odnose kao $4:13:15$.
(rješenje: $R = \frac{65}{4}\text{cm}$)
- 2) Date su dijagonale $d_1 = 20\text{cm}$, $d_2 = 15\text{cm}$ i visina $h = 12\text{cm}$ trapeza. Izračunati površinu tog trapeza.
(rješenje: $P = 150\text{ cm}^2$)
- 3) U krug poluprečnika $r = \frac{25}{2}\text{cm}$ upisan je deltoid stranice 15cm . Izračunati površinu deltoida.
(rješenje: $P = 300\text{ cm}^2$)
- 4) Nad stranicom kvadrata kao prečnikom konstruisana je prema vani polukružnica. Izračunati površinu „polumjeseca“ što ga omeđuje ta polukružnica i luk kružnice opisane oko kvadrata čija je dijagonala $d = 4\sqrt{2}\text{ cm}$.
(rješenje: $P = 4\text{cm}^2$)

TRIGONOMETRIJA

Niži nivo:

-definiše trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglom trouglu

-primjenjuje trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglom trouglu za određivanje nepoznatih veličina u pravouglom trouglu

- 1) Neka su a i b katete, α i β naspramni (suprotni) uglovi, c hipotenuza, P površina pravouglog trougla. Riješiti pravougli trougao ako je zadano:

$$b = 12 \text{ cm}$$

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$c = 13 \text{ cm}$$

$$\alpha = 22^\circ 37' 12''$$

$$(rješenje: \beta = 67^\circ 22' 48'')$$

$$P = 30 \text{ cm}^2$$

- 2) Izračunati vrijednosti ostalih trigonometrijskih funkcija oštrog ugla α ako je zadano:

$$\cos \alpha = \frac{5}{13}, \quad (rješenje: \sin \alpha = \frac{12}{13}, \dots)$$

- 3) Izračunati vrijednost izraza:

$$\frac{\sin 60^\circ - \sin 30^\circ}{\cos 60^\circ + \cos 30^\circ} \quad (rješenje: c) 2 - \sqrt{3},$$

Srednji nivo:

-primjenjuje osnovne trigonometrijske identitete u dokazima i izračunavanju vrijednosti izraza

1. Dokazati identitete:

$$\text{a)} \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot \cos^2 \alpha} = \operatorname{tg} \alpha, \quad \text{b)} \frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{(\sin \alpha - \cos \alpha) \cdot \sin^2 \alpha} - \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

2. Dokaži da ne zavisi od x : $\sin^4 x + \cos^4 x + 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$.

$$\text{a)} 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x). \quad (rješenje: \text{a) 1, b) 1})$$

3. Ako je $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 5$ odrediti: $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$. (rješenje: 23)

Viši nivo:

-primjenjuje trigonometrijske funkcije za rješavanje problema u planimetriji

-modelira situacije iz životnih i drugih područja primjenjujući trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglom trouglu

- 1) Jednakokraki trougao dat je površinom $P = 60 \text{ cm}^2$ i visinom na osnovicu $h = 5 \text{ cm}$. Pod kojim se uglom vidi osnovica trougla iz centra upisane kružnice ?
(rješenje: $\varphi = 157^\circ 22' 48''$)
- 2) Data je visina $h = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ romba i jedan ugao $\alpha = 60^\circ$. Izračunati površinu romba.
(rješenje: $P = 72\sqrt{3} \text{ cm}^2$)
- 3) Iz tačke koja je od centra kruga poluprečnika $r = 2 \text{ cm}$ udaljena $d = 4 \text{ cm}$, povučene su obje tangente na krug. Kolika je površina ograničena tangentama i kružnim lukom?
(rješenje: $P = 4\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}$)
- 4) Iz udaljenosti $d = 15 \text{ cm}$ od podnožja tornja vidi se njegov vrh pod uglom $\alpha = 53^\circ 8'$. Kolika je visina tornja?
(rješenje: $h = 20 \text{ m}$)

PRIMJER TESTA IZ MATEMATIKE

Pitanja i zadaci:

1. Vrijednost izraza: $-3 \cdot 4 + (-24):(-6) - (-10)$ je:
A. 3 **B. 2** C. -3 D. -2
2. Jednostavniji oblik algebarskog izraza $\frac{2xy-y}{x+y} : \frac{2x-1}{x^2-y^2}$ je:
A. **y(x-y)** B. $y(y-x)$ C. $x(x-y)$ D. $x(y-x)$
3. Cijena košulje je 40 KM. Nakon sniženja od 25% košulja je poskupila za 30%. Kolika je sada cijena košulje? Zaokruži tačan odgovor!
A. 30 B. 40 **C. 39** D. 20
4. U voćnjaku je zasadeno 96 stabala krušaka i jabuka . Krušaka je dva puta više nego jabuka. Koliko je stabala krušaka? Zaokruži tačan odgovor!
A. Kruš. 60 i jab. 30 B. Kruš. 30 i jab. 60 C. Kruš. 66 i jab. 33 D. **kruš. 64 i jab. 32**

5. Koji od ponuđenih brojeva je rješenje jednačine $5x + 6 = 2x + 12$:

A. x=2

B. x=-3

C. x=-2

D. x=4

6. Rješenje sistema linearnih jednačina $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 6x + y = -15 \end{cases}$ je:

A. (-2, -3) B. (-3,3) C. (2,3) D. (-3,-2)

7. Riješiti nejednačinu: $\frac{3-2x}{5} + 8 > \frac{5x+2}{2} - x$. Zaokruži tačan odgovor!

A. $x > 4$

B. $x < \frac{1}{2}$

C. $x < 4$

D. $x < \frac{9}{13}$

8. Vrijednost izraza $(\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{2})^6$ je:

A. 500

B. 360

C. 450

D. 400

9. Imaginarni dio datog kompleksnog broja $z = \frac{8-12i}{5}$ iznosi:

A. $\frac{8}{5}$

B. $\frac{-12}{5}$

C. $\frac{-4}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

10. Nakon racionalisanja izraza $\frac{4}{\sqrt{2}-1}$ dobijamo:

A. $3(\sqrt{2}-1)$

B. $6(\sqrt{2}-1)$

C. $4(\sqrt{2}+1)$

D. $3(\sqrt{2}+1)$

11. Rješenja jednačinu: $x^2 - 6x + 5 = 0$ su:

- A. $x_1 = -1, x_2 = -5$ B. $x_1 = 5, x_2 = 1$ C. $x_1 = 1, x_2 = -5$ D. $x_1 = -1, x_2 = 5$

12. Rješenje kvadratne nejednačine $x^2 + 3x - 10 < 0$ je:

- A. $[-2, 5]$ B. (-5, 2) C. $(-2, 5)$ D. $(5, +\infty)$

13. Proizvod polovine i trećine nekog broja je 24. Koji je to broj? Zaokruži tačan odgovor!

- A. $x = 16$ B. $x = 10$ C. $x = 14$ D. $x = 12$

14. Izbaciti uljeza: $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, 27, 1, 81, 2, \frac{1}{2}, \sqrt{3}$

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

15. Riješiti jednačinu: $4^{5-9x} = \frac{1}{8^{x-2}}$

- A. 2 B. $\frac{4}{15}$ C. 2,5 D. 11

16. Koliko realnih rješenja ima jednačina: $\log_2(x-2) + \log_2(x+3) = 2 + \log_2(2x-3)$?

- A. 1 rješenje B. 2 rješenja C. beskonačno mnogo rješenja D. nema rješenja

17. Svetarska sonda putuje prema planeti udaljenoj $4 \cdot 10^9 \text{ km}$ od Zemlje. Nakon što je prošla četvrtinu puta, izgubila je vezu s bazom na Zemlji. Veza je ponovno uspostavljena na udaljenosti $1.3 \cdot 10^9 \text{ km}$ od Zemlje. Koliko je kilometara sonda preletjela bez kontakta s bazom?

- A. 3.10^8 km B. 10^9 km C. $3.000.000 \text{ km}$ D. $150.000.000 \text{ km}$

18. Četverougao koji ima jedan par paralelnih stranica zove se:

- A. kvadrat, B. romb, C. trapez, D. deltoid.

19. Izračunati obim i površinu pravouglog trougla kada je dato: $b = 12\text{ cm}$ i $a:c = 3:5$, gdje su a i b – katete trougla, a c – hipotenuza.

A. $P = 12\text{ cm}^2$, $O = 16\text{ cm}$, B. $P = 54\text{ cm}^2$, $O = 36\text{ cm}$, C. $P = 122\text{ cm}^2$, $O = 45\text{ cm}$, D. $P = 28\text{ cm}^2$, $O = 88\text{ cm}$.

20. Iz udaljenosti $d = 15\text{ cm}$ od podnožja tornja vidi se njegov vrh pod ugлом $\alpha = 53^\circ 8'$. Kolika je visina tornja?

A. 45 m, B. približno 20 m C. 15,5 m, D. 25 m.

7. OPIS BODOVANJA

Uspješnim rješavanjem zadatka iz testa u okviru integralnog testa, učenik može ostvariti 20 bodova.

7.1. Vrednovanje testa

Uspješnim rješavanjem testa iz matematike u okviru integralnog ispita, čiji su odgovori napisani u 4 – članom izboru, može se ostvariti 20 bodova, za svaki zadatak po 1 bod, napisanih na 3 nivoa zahtjeva (niži, srednji i viši nivo). Za svaki nivo, pojedinačno se može dobiti $8 + 8 + 4$ bodova

Neispravni odgovori ne donose negativne bodove. Vrednovanje testa iz matematike u okviru integralnog testa se pregleda elektronskim čitanjem unesenih podataka o tačnim odgovorima na ocjenjivačkom listu, stim što se neposrednim uvidom od strane članova Ocjenjivačkog tima, priznaju samo tačni odgovori do kojih se došlo u napisanom postupku rješavanja.

7.2. Opće napomene o vrednovanju zadatka produženoga odgovora

1. Priznaju se tačna rješenja dobivena različitim načinima.
2. Učeniku koji je napravio grešku u zadatku produženoga odgovora (a da pritom zadatak nije promijenio smisao niti je pojednostavljen) boduju se svi ispravno provedeni koraci.
3. Zadatak se priznaje kao tačan, ako je postupak tačan, a pogreška nastala na kraju rješavanja nehotično, kao stvar nepožnje.

8. PRIPREMA ZA ISPIT

8.1. Savjeti nastavnicima

Nastavnicima se preporučuje da detaljno prouče ispitni katalog s popisom područja i tematskih sadržaja za ispitivanje i da pomognu učenicima da se na vrijeme pripreme za polaganje maturskih testova iz matematike. Biće im dostupna Zbirka zadataka za pripremu maturskog ispita iz matematike, koja će im poslužiti kao putokaz za pripremu ispita. Nije nužno da zadaci na testu

budu iz te Zbirke, ali, svakako će na testu biti zadaci slični I istog tipa sa pšromjenjivim ulaznim podacima.

8.2. Savjeti učenicima

Literatura za pripremu ispita iz Matematike su svi udžbenici koji su bili propisani i odobreni od Ministarstva obrazovanja i nauke TK tokom protekloga četverogodišnjega razdoblja.

Popis odobrenih udžbenika može se naći na www.ematura.pztz.ba.

Na ispitu je dopušteno koristiti džepno računalo tipa Scientific. Ono treba imati:

- eksponencijalnu funkciju (tipka 10^x)
- logaritamsku funkciju (tipka $\log x$)
- trigonometrijske funkcije (tipke \sin , \cos , \tan).

Ono ne smije imati mogućnost:

- bežičnoga povezivanja s drugim uređajem
- uporabe memorijske kartice
- simboličkoga računanja (npr., u nazivu CAS)
- grafičkoga rješavanja (npr., u nazivu Graphic ili ima tipku GRAPH)

Na Listu džepnih računala bit će upisan tip (naziv i oznaka) džepnoga računala koje je učenik koristio na ispitu.

Dodatno, uspjeh na ispitu uvjetuje i dobra upoznatost s načinom ispitivanja.

Učenicima se stoga savjetuje: proučavanje opisa ispitnih cjelina te primjera zadataka rješavanjem oglendnoga primjera ispita.

Učenici trebaju pažljivo pročitati uputu i tekst svakoga zadatka. U zadacima višestrukoga izbora trebaju pažljivo označiti odgovore na ocjenjivački list. U zadacima produženoga odgovora trebaju prikazati i postupak rješavanja jer se on budi. Za pomoć pri računanju može se pisati i po stranicama testa. Tačne odgovore kod integralnog testa morate označiti popunjavanjem kružića na ocjenjivačkom listu crnom hemijskom olovkom.

Svim učenicima želimo da usvoje potrebna znanja i da uspješno polože eksternu maturu.

Napomena:

U izradi kataloga je korištena metodologija navedena u predmetnim katalozima u državnim maturama u zemljama iz bližeg okruženja.