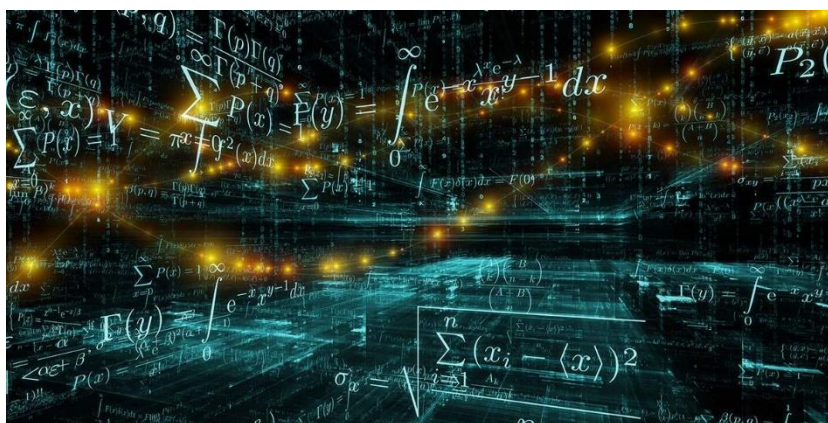




M

KATALOG MATURSKOG ISPITA U GIMNAZIJI, TEHNIČKOJ I UMJETNIČKOJ SREDNJOJ ŠKOLI

Matematika



TUZLA, 2019. godine

SADRŽAJ

1. UVOD	3
2. CILJEVI	3
3. SPISAK TEMATSKIH CJELINA PREDMETNIH SADRŽAJA	4
4. ISHODI UČENJA	4
5. STRUKTURA ISPITA	9
5.1. Struktura ispita iz Matematike u okviru integralnog testa	9
5.2. Struktura ispita iz Matematike na višem nivou	10
6. TEHNIČKI OPIS ISPITA	10
6.1. Trajanje ispita	10
6.2. Izgled ispita i način rješavanja	10
6.3. Pribor	11
7. PRIMJERI ZADATAKA PO NASTAVNIM TEMAMA I NIVOIMA	11
8. PRIMJERI TESTOVA	36
9. OPIS BODOVANJA	38
9.1. Vrednovanje testa	38
9.2. Opće napomene o vrednovanju zadataka produženog odgovora	39
9.3. Primjeri ocjenjivanja	39
10. PRIPREMA ZA ISPIT	40
10.1. Savjeti nastavnicima	40
10.2. Savjeti učenicima	40

Napomena:

U izradi kataloga je korištena metodologija navedena u predmetnim katalogima u državnim maturama u zemljama bližeg okruženja.



1. UVOD

Maturski/ završni ispit u srednjim školama TK (gimnazije, tehničke, umjetničke, vjerske i stručne škole) proizilazi iz obaveze regulisane u članu 89. Zakona o srednjem obrazovanju i odgoju ("Službene novine TK" broj 17/2011). Metodologija planiranja, organizacije i implementacije maturalnog/ završnog ispita je detaljnije definisana u Pravilniku o polaganju maturalnog ispita u gimnaziji, tehničkoj i umjetničkoj srednjoj školi na području tuzlanskog kantona ("Službene novine TK" broj 02/2019).

Matematika, kao općeobrazovni predmet koji se izučava u srednjim školama sa različitim brojem nastavnih sati se polaže u okviru Integralnog testa (niži nivo) u školama gdje se matematika izučava samo u prva dva razreda i Testa iz matematike (viši nivo), u školama gdje se matematika izučava intenzivnije kroz cijelo srednjoškolsko obrazovanje.

Ispitni katalog za eksternu mature iz matematike u srednjim školama Tuzlanskog Kantona je dokument kojim se pobliže opisuje što će se i kako ispitivati na eksternom dijelu maturalnog/ završnog ispita iz ovoga predmeta. Sadrži sve potrebne informacije i detaljna pojašnjenja o obliku i sadržaju ispita. Njime se jasno određuje što se od učenika očekuje na ispitu iz matematike u okviru integralnog testa i na ispitu na višem nivou.

Ispit iz Matematike se temelji na zajedničkim nastavnim sadržajima koje su svi učenici srednjih škola izučavali tokom svog srednjoškolskog obrazovanja. Svi sadržaji na ispitu iz matematike su grupisani u 7 područja sa očekivanim obrazovnim ishodima, definisanih na tri nivoa zahtjeva.

Predmetni ispitni katalog iz matematike sadrži sljedeća poglavlja:

1. Područja ispitivanja
2. Obrazovni ishodi
3. Struktura ispita
4. Tehnički opis ispita
5. Opis bodovanja
6. Primjeri zadataka s dizajnom testa iz matematike i detaljnim pojašnjenjem ocjenjivanja
7. Opis bodovanja
8. Priprema za ispit.

U prvom i drugom poglavlju učenici mogu naći odgovor na pitanje *što se ispituje*. U prvom poglavlju su navedena područja ispitivanja, odnosno ključna znanja i vještine iz Matematike koje se ispituju ovim ispitom. U drugom je poglavlju, kroz konkretne opise onoga što učenik treba znati, razumjeti i moći učiniti, pojašnjen način na koji će se navedena znanja i vještine provjeravati. Treće, četvrto i peto poglavlje odgovaraju na pitanje *kako se ispituje*, a u njima je pojašnjena struktura i oblik ispita, vrste zadataka te način provođenja i vrednovanja pojedinih zadataka i ispitnih cjelina. U šestom poglavlju dati su primjeri svih tipova zadataka po područjima i nivoima, primjerima testova te primjerima bodovanja. Slijedi poglavlje koje odgovara na pitanje *kako se pripremiti za ispit*. U tom su poglavlju savjeti koji učenicima pomažu u pripremi ispita.

2. CILJEVI

Ciljevi mature, prema Pravilniku o polaganju maturalnog/ završnog ispita su:

- a) provjera dostignutog nivoa ishoda učenja u skladu sa nastavnim planom i programom gimnazija, srednjih tehničkih i umjetničkih škola;
- b) stvaranje pretpostavki za nastavak obrazovanja (član 2).

Obzirom na složenost i šarolikost u nastavnim planovima i programima:

- različiti broj nastavnih sati na sedmičnom nivou,
- nastava po modularnim programima,
- nastava zasnovana na ishodima učenja, itd.,

morao se odrediti presječni fond nastavnih sadržaja koje svi učenici izučavaju u svim razredima, naročito u prva dva razreda što treba biti osnova za kreiranje integralnog testa.

Opći cilj ispita iz Matematike provjeriti u kojoj mjeri učenici znaju, tj. mogu:

- koristiti matematički jezik u čitanju, interpretiranju i rješavanju zadataka
- očitavati i interpretirati podatke zadane u analitičkom, tabličnom i grafičkom obliku ili riječima te u navedenim oblicima jasno, logično i precizno prikazivati dobivene rezultate
- matematički modelirati problemsku situaciju, naći rješenje te provjeriti ispravnost dobivenoga rezultata
- prepoznati i koristiti vezu između različitih područja matematike
- koristiti različite matematičke tehnike tokom rješavanja zadataka

3. SPISAK TEMATSKIH CJELINA PREDMETNIH SADRŽAJA

Popis zajedničkih tematskih sadržaja koje obrađuju svi učenici u srednjim školama je grupisan u 7 područja ispitivanja:

Tabela 1. Spisak tematskih područja

Područja	Tematske cjeline
I Područje	Skupovi brojeva N, Z, Q, I, R. Stepeni sa cjelobrojnim eksponentom. Cijeli algebarski izrazi (polinomi). Racionalni algebarski izrazi. Procentni račun, omjer, proporcija
II Područje	Linearna funkcija. Linearne jednačine i nejednačine. Sistemi linearnih jednačina
III Područje	Korijeni i operacije sa korijenima. Kompleksni brojevi
IV Područje	Kvadratna funkcija i kvadratna nejednačina. Kvadratna jednačina (diskriminanta, Vieteova pravila)
V Područje	Eksponencijalna funkcija, eksponencijalne jednačine. Pojam logaritma, logaritamska funkcija, logaritamske jednačine, primjena logaritama
VI Područje	Planimetrija. Stereometrija. Trigonometrija. Analitička geometrija u ravni
VII Područje	Binomni obrazac. Aritmetički i geometrijski niz. Realna funkcija: Osobine realne funkcije

Prva četiri područja su osnova za izradu integralnog testa, a za test iz matematike se koriste sva područja.

4. ISHODI UČENJA

Za svako područje ispitivanja određeni su posebni ciljevi ispita, odnosno konkretni opisi onoga što učenik mora znati, razumjeti i moći učiniti kako bi postigao uspjeh na ispitu.

Obrazovni ishodi obiju nivoa prikazani su radi bolje preglednosti u tabelama. U tabelama su detaljno razrađeni sadržaji koji će se ispitivati te obrazovni ishodi vezani uz pojedine sadržaje, raspoređenim u tri nivoa zahtjeva.

Tabela 2. Ishodi učenja po tematskim cjelinama

Teme	ISHODI UČENJA PO NIVOIMA		
	NIŽI	SREDNJI	VIŠI
Skupovi brojeva i operacije	<ul style="list-style-type: none"> - zna prepoznati i identifikovati brojeve iz skupova N, Z, Q, I, R - odrediti njihove apsolutne vrijednosti - zna redoslijed izvođenja računskih operacija u skupovima brojeva - zna izračunati vrijednost jednostavnijeg brojnog izraza sa i bez apsolutne vrijednosti - zna upotrijebiti simbole interval (a,b), [a,b), (a,b], [a,b] - zna napisati dati skup realnih brojeva intervalima i prikazati ga na brojnoj osi 	<ul style="list-style-type: none"> - upoređuje brojeve iz skupova N, Z, Q, I, R - Grupiše brojeve, razvrstava i izvodi zaključke - pretvara iz jednog oblika u drugi, upoređuje ih - računa vrijednosti brojnih izraza poštujući redoslijed računskih operacija - računa vrijednosti brojnih izraza sa apsolutnim vrijednostima - prenosi stečeno znanje u rješavanju jednostavnih zadataka 	<ul style="list-style-type: none"> - rješava složenije tipove zadataka (brojne izraze) i probleme - primjenjuje operacije u skupu R pri rješavanju matematičkih problema iz svakodnevnog života
Cijeli algebarski izrazi	<ul style="list-style-type: none"> - zna urediti polinome po rastućim ili opadajućim stepenima varijable - zna izračunati vrijednost cjelobrojnog algebarskog izraza za datu cjelobrojnu varijablu - razlikuje cijele algebarske izraze po broju članova (monom, binom, ...) - uočava slične monome - izvodi operacije sabiranja, oduzimanja i množenja sa monomima i binomima 	<ul style="list-style-type: none"> - izvodi osnovne matematičke operacije s polinomima (sabiranje, oduzimanje, množenje i dijeljenje) - zna izračunati vrijednost cjelobrojnog algebarskog izraza za datu realnu varijablu - zna kvadrirati i kubirati binom - vlada metodama rastavljanje polinoma na faktore (izvlačenje zajedničkog faktora ispred zagrade, razlika kvadrata) 	<ul style="list-style-type: none"> - analizira i rješava probleme svođenja polinoma na prostije faktore - stepenuje binom i trinom
Racionalni algebarski izrazi	<ul style="list-style-type: none"> - zna odrediti definiciono područje racionalnog algebarskog izraza - zna izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza za datu cjelobrojnu varijablu 	<ul style="list-style-type: none"> - računa vrijednost racionalnog algebarskog izraza za datu realnu varijablu - pojednostavljuje racionalni algebarski izraz (primjena metoda za rastavljanje na prostije faktore i skraćivanje) 	<ul style="list-style-type: none"> - obavlja osnovne računske operacije sa složenijim racionalnim algebarskim izrazima
Omjer, proporcije i procentni račun	<ul style="list-style-type: none"> - prepoznaje pojam razmjere i proporcije - rješava proporcije - imenuje osnovne pojmove i elemente procentnog računa - razlikuje direktnu i obrnutu proporcionalnost - zapisuje procenat u obliku decimalnog broja - određuje procenat date veličine 	<ul style="list-style-type: none"> - analizira i upoređuje rješenja razmjere i proporcije - poznaje račun veličina direktne i obrnute proporcionalnosti - računa procenat, procentni iznos i glavnice 	<ul style="list-style-type: none"> - primjenjuje stečeno znanje u rješavanju praktičnih problema iz stvarnog života
Linearna funkcija	<ul style="list-style-type: none"> - prepoznaje linearnu funkciju - računa vrijednost funkcije za datu promjenljivu 	<ul style="list-style-type: none"> - izražava formulom linearnu funkciju - određuje domen i nulu funkcije - predstavlja datu funkciju tabelarno i grafički 	<ul style="list-style-type: none"> - formulira funkcije na osnovu grafika ili tabele - ispituje, ili uvida sa grafika osobine linearne funkcije - formulira funkcije na osnovu datih podataka (k, n ili tačke kroz koje grafik funkcija prolazi) - primjenjuje i koristi znanje iz linearne funkcije na problemske zadatke
Linearna jednačina i nejednačina	<ul style="list-style-type: none"> - razlikuje nepoznatu veličinu i parametar - rješava jednostavnije linearne jednačine - prepoznaje tipove jednačina: određena, neodređena i proturječna jednačina - provjerava rješenje jednačine - uočava razliku između jednačina i nejednačina, kao i njihovih skupova rješenja (broj i interval) 	<ul style="list-style-type: none"> - ekvivalentnim transformacijama datu jednačinu dovodi na standardni oblik $ax=b, a \neq 0$ - analizira i upoređuje rješenja nejednačina - rezimira rješenja - rješava jednostavnije jednačine sa apsolutnim vrijednostima 	<ul style="list-style-type: none"> - primjenjivati i upotrebljavati stečeno znanje u rješavanju praktičnih problema iz svakodnevnog života (rješavanje problemskih zadataka pomoću jednačina ili nejednačina) - rješava složenije linearne jednačine - rješava složenije linearne nejednačine

Sistemi linearnih jednačina	<ul style="list-style-type: none"> - prepoznaje opći oblik sistema linearnih jednačina - uočava da je uređeni par, rješenje sistema - zna provjeriti da li je dati par rješenje datog sistema 	<ul style="list-style-type: none"> - razumije bar jednu od metoda rješavanja sistema linearnih jednačina 	<ul style="list-style-type: none"> - zna riješiti sistem zadanom metodom - vlada različitim metodama za rješavanje sistema - rješava problemske zadatke pomoću sistema jednačina
Kvadratne jednačine i Vietova pravila	<ul style="list-style-type: none"> - uočava kvadratnu jednačinu, njene koeficijente - zna riješiti kvadratnu jednačinu tipa $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$ - zna provjeriti da li su dati brojevi rješenja date jednačine 	<ul style="list-style-type: none"> - razlikuje i rješava potpune i nepotpune kvadratne jednačine - rastavlja kvadratni trinom na proste faktore 	<ul style="list-style-type: none"> - analizira rješenja kvadratne jednačine u zavisnosti od diskriminante - analizira i rješava kvadratne jednačine primjenom Vietovih pravila
Kvadratna funkcija i kvadratne nejednačine	<ul style="list-style-type: none"> - prepoznaje grafik kvadratne funkcije - određuje vrijednost date funkcije za datu varijablu - provjerava da li data tačka pripada grafiku funkcije - zna provjeriti da li je dati broj rješenje date nejednačine 	<ul style="list-style-type: none"> - objasni zavisnost grafa od kvadratnog koeficijenta - određuje domen, nule i tjeme kvadratne funkcije - povezuje broj nula funkcije s diskriminantom - rješava kvadratne nejednačine koristeći nule funkcije i graf - rješava kvadratne nejednačine koristeći rastavljanje kvadratnog trinoma na faktore 	<ul style="list-style-type: none"> - ispituje kvadratnu funkciju (domen, nule, tjeme), skicira njen grafik i odredi tok funkcije - očitava sa grafika nule funkcije, znak, ekstrem i vrstu ekstrema - diskutuje grafik funkcije u zavisnosti od koeficijenata i diskriminante - rješava nejednačine koje se svode na kvadratne nejednačine koristeći rastavljanje kvadratnog trinoma na faktore ili graf odgovarajuće parabole - uspostavlja odnos između poznavanja grafika i rješavanja problema ekstrema - koristi stečeno znanje na problem iz stvarnog života
Stepeni s cjelobrojnim eksponentom	<ul style="list-style-type: none"> - računa vrijednost stepena sa cjelobrojnim eksponentom i cjelobrojom bazom 	<ul style="list-style-type: none"> - računa vrijednost jednostavnijih brojnih izraza koji sadrže stepene sa racionalnom bazom 	<ul style="list-style-type: none"> - računa vrijednost složenijih brojnih izraza koji sadrže stepene sa racionalnom bazom
Korijeni i operacije s korijenima	<ul style="list-style-type: none"> - izračunava vrijednost korijena sa racionalnim radikandom - sabira, oduzima, množi i dijeli korijene istih eksponenata 	<ul style="list-style-type: none"> - proširuje i skraćuje korijene - parcijalno korjenjuje - racionalizuje nazivnik razlomka 	<ul style="list-style-type: none"> - izračunava vrijednost iracionalnog brojnog izraza - izračunava vrijednost stepena sa racionalnim eksponentom - korjenjuje i stepenuje korijen, - racionalizuje nazivnik razlomka koji je oblika zbir ili razlike

Kompleksni brojevi	<ul style="list-style-type: none"> - definiše imaginarnu jedinicu (korijen negativnog broja) - prepoznaje algebarski oblik kompleksnog broja - uoči razliku između realnog i imaginarnog dijela - prepoznaje ili odredi konjugovano-kompleksan broj datom broju - izračuna modul kompleksnog broja 	<ul style="list-style-type: none"> - stepenuje imaginarnu jedinicu - predstavlja kompleksan broj u Gausovoj ravni - obavlja matematičke operacije sa kompleksnim brojevima (sabiranje, oduzimanje, množenje i kvadriranje) 	<ul style="list-style-type: none"> - obavlja matematičke operacije sa kompleksnim brojevima (sabiranje, oduzimanje i množenje i dijeljenje) - rješava jednačine sa kompleksnim brojevima
Eksponencijalna funkcija	<ul style="list-style-type: none"> - računa sa stepenima racionalnog eksponenta. - prepoznaje eksponencijalnu funkciju - računa vrijednost eksponencijalne funkcije. - skicira grafik eksponencijalne funkcije. 	<ul style="list-style-type: none"> - crta grafik funkcije $y = e^x$. - analizira osobine eksponencijalne funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom. - razumije monotonost funkcije. 	<ul style="list-style-type: none"> - prepoznaje eksponencijalnu ovisnost. - određuje tok znak i asimptote eksponencijalne funkcije oblika: $y = a^{f(x)}$, ($0 < a < 1$, $a > 1$). - u problemima opisanim eksponencijalnom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanog argumenta. - modelira eksponencijalnom funkcijom.
Eksponencijalne jednačine	<ul style="list-style-type: none"> - primjenjuje i formulira operacije sa stepenima i korijenima. - stepene jedne osnove pretvara u stepene druge osnove. - stepene složenog eksponenta pretvara u proizvod, količnik ili korijen - prepoznaje i rješava jednostavnije eksponencijalne jednačine. $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ ($0 < a < 1$, $a > 1$) 	<ul style="list-style-type: none"> - prelazi iz jednog prikaza stepena racionalnog eksponenta u drugi prikaz. - rješava eksponencijalne jednačine koje sadrže stepene različitih osnova. - rješava eksponencijalne jednačine koje se smjenom svode u kvadratne. 	<ul style="list-style-type: none"> - razumije da je jednačina oblika: $a^x = b$ ($0 < a < 1$, $a > 1$), $b < 0$ nemoguća. - rješava složenije eksponencijalne jednačine koje sadrže stepene različitih osnova.
Pojam logaritma	<ul style="list-style-type: none"> - razumije pojam logaritma - određuje vrijednost logaritma zadane osnove i numerusa. - računa vrijednost brojnog izraza koristeći definiciju logaritma. 	<ul style="list-style-type: none"> - određuje osnovu (numerus) ako je poznata vrijednost logaritma. - primjenjuje i navodi pravila logaritmovanja. - povezuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju i određuju inverznu funkciju. - razlikuje dekadski i prirodni logaritam. 	<ul style="list-style-type: none"> - rješava eksponencijalnu jednačinu oblika: $a^x = b$ ($0 < a < 1$, $a > 1$), $b > 0$ - prelazi iz eksponencijalnog u logaritamski oblik i obrnuto.
Logaritamska funkcija	<ul style="list-style-type: none"> - prepoznaje logaritamsku funkciju - izračuna vrijednost funkcije za datu vrijednost promjenljive, - koristi kalkulator za izračunavanje približnih vrijednosti; 	<ul style="list-style-type: none"> - određuje domenu logaritamske funkcije. - vlada tehnikom crtanja grafika funkcije pomoću tabele i čita vrijednosti sa grafika; - razumije monotonost funkcije 	<ul style="list-style-type: none"> - određuje domenu složenije logaritamske funkcije. - vrši analizu grafika funkcija, tok, nule i znak; - određuje asimptotu logaritamske funkcije. - kombinuje, matematizira i rješava praktične probleme;
Logaritamske jednačine	<ul style="list-style-type: none"> - provjerava rješenje logaritamske jednačine. - rješava logaritamske jednačine direktnom primjenom definicije logaritma. 	<ul style="list-style-type: none"> - određuje domenu logaritamske jednačine. - primjenom pravila logaritmovanja transformiše jednačinu u jednačinu osnovnog oblika. - rješava logaritamske jednačine koje se smjenom svode u kvadratne. - u problemima opisanim logaritamskom funkcijom računa vrijednost argumenta. 	<ul style="list-style-type: none"> - rješava logaritamske jednačine koje sadrže logaritme različitih osnova. - logaritamskom jednačinom modelira problemske situacije. - utvrđuje smislenost dobijenih rješenja.

Primjena logaritama	<ul style="list-style-type: none"> - izračunava dekadski i prirodni logaritam upotrebom kalkulatora. - određuje broj čiji je dekadski logaritam poznat. 	<ul style="list-style-type: none"> - u problemima opisanim eksponencijalnom funkcijom računa vrijednost argumenta funkcije. - rješava zadatke iz struke primjenom logaritama 	<ul style="list-style-type: none"> - računa vrijednost složenog brojnog izraza pomoću logaritama.
Planimetrija	<ul style="list-style-type: none"> - prepoznaje ugao i vrste uglova - prepoznaje trougao i četverougao - klasificira trouglove s obzirom na mjere uglova i dužine stranica - klasificira četverougao s obzirom na paralelnost njegovih stranica - opisuje unutrašnje i vanjske uglove trougla i četverougla - opisuje i prepoznaje simetralu ugla, simetralu duži, težišnicu trougla i visinu trouglu - prepoznaje značajne tačke trougla - računa površinu trougla ako je zadana jedna stranica i visina na tu stranicu - opisuje i računa obim i površinu kvadrata i pravougaonika - računa obim i površinu kruga 	<ul style="list-style-type: none"> - računa obim i površinu trougla ako su zadane sve tri stranice trougla, poluprečnik opisane i upisane kružnice - opisuje i računa obim i površinu paralelograma, romba i trapeza - opisuje i računa obim i površinu kružnog prstena i kružnog isječka - računa ostale elemente geometrijskog lika (dužinu dijagonale, stranice, poluprečnik opisane i upisane kružnice i sl. 	<ul style="list-style-type: none"> - samostalno i sigurno računa obim, površinu i druge elemente trougla, četverougla, kruga, dijelova kruga i od njih sastavljenih geometrijskih oblika - bira strategiju za izračunavanje obima i površine u rješavanju problema iz geometrije i svakodnevnog života
Stereometrija	<ul style="list-style-type: none"> - prepoznaje kocku, kvadar i valjak - prepoznaje uspravnu (trostranu i četverostranu) prizmu - izračunava površinu i zapreminu kocke, kvadra i valjka koristeći zadane elemente 	<ul style="list-style-type: none"> - prepoznaje uspravnu (trostranu i četverostranu) piramidu i kupu - crta mreže različitih prostornih figura i uočava neke prostorne pojmove (visina, osnovna ivica, bočna ivica i sl.) - računa površinu i zapreminu uspravne prizme, piramide, valjka, kupe koristeći zadane elemente i obrnuto - prepoznaje i crta dijagonalne i osne presjeke geometrijskih tijela 	<ul style="list-style-type: none"> - računa površinu i zapreminu geometrijskih tijela u problemskim situacijama - računa površinu i zapreminu rotacionih geometrijskih tijela iz zadanih elemenata i obrnuto
Trigonometrija	<ul style="list-style-type: none"> - definiše trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglo trouglu - primjenjuje trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglo trouglu za određivanje nepoznatih veličina u pravouglo trouglu 	<ul style="list-style-type: none"> - primjenjuje osnovne trigonometrijske identitete u dokazima i izračunavanju vrijednosti izraza 	<ul style="list-style-type: none"> - primjenjuje trigonometrijske funkcije za rješavanje problema u planimetriji - modelira situacije iz životnih i drugih područja primjenjujući trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglo trouglu
Analička geometrija u ravni	<ul style="list-style-type: none"> - računa dužinu duži, koordinate sredine duži, koordinate težišta trougla i površinu trougla uz zadane koordinate tačaka - grafički prikazuje pravu iz različitih oblika jednačine prave - izvodi jednačinu prave iz grafika ili zadanih parametara - računa mjeru ugla prave sa pozitivnim smjerom x ose i povezuje sa koeficijentom pravca prave 	<ul style="list-style-type: none"> - primjenjuje izračunavanje dužine duži, koordinate sredine duži, koordinate težišta trougla i površinu trougla u planimetriji - računa mjeru ugla između dvije prave, primjenjuje uslov paralelnosti i normalnosti u određivanju jednačine prave - primjenjuje jednačinu prave u jednostavnijim problemima 	<ul style="list-style-type: none"> - samostalno rješava geometrijske probleme - primjenjuje jednačinu prave u geometrijskim zadacima

Binomni obrazac	<ul style="list-style-type: none"> - zna izračunati $n!$ - zna šta je binomni koeficijent i zna ga izračunati - razumije šta znači biti član u razvoju binoma 	<ul style="list-style-type: none"> - primjenjuje binomnu formulu na razvoj binoma - koristi formulu za direktno nalaženje određenog člana u razvoju binoma 	<ul style="list-style-type: none"> - rješava složenije zadatke povezujući razne matematičke oblasti (proporcije, jednačine) u kojima je nepoznat stepen binoma - zna odrediti član binoma koji zadovoljava određeno svojstvo - primjenjuje binomni obrazac u dokazivanju određenih jednakosti
Nizovi: Aritmetički i geometrijski niz	<ul style="list-style-type: none"> - zna šta je aritmetički niz - prepoznaje aritmetički niz - zna šta je geometrijski niz - prepoznaje geometrijski niz - uočava razliku između aritmetičkog i geometrijskog niza - razumije šta je aritmetička i geometrijska sredina - zna nastaviti niz na osnovu pretpostavki 	<ul style="list-style-type: none"> - koristi formule za određivanje općeg člana aritmetičkog i geometrijskog niza, te za izračunavanje sume prvih n članova - zna odrediti niz na osnovu dva podatka (npr. ako je poznat zbir prvih nekoliko i zbir nekoliko članova, ili ako su poznata dva člana, itd.) 	<ul style="list-style-type: none"> - prepoznaje i primjenjuje nizove pri rješavanju problemskih zadataka - koristi i povezuje aritmetički i geometrijski niz u drugim matematičkim oblastima (planimetrija, stereometrija, itd.)
Realna funkcija: Osobine funkcije	<ul style="list-style-type: none"> - zna šta je definiciono područje - zna definiciono područje racionalne, logaritamске, iracionalne funkcije, itd - razumije šta su nule i znak funkcije i zna provjeriti da li je zadani broj nula funkcije - zna šta je parna, a šta neparna funkcija i - razumije grafičku interpretaciju parnosti i neparnosti 	<ul style="list-style-type: none"> - određuje definiciono područje nekih jednostavnijih funkcija - ispituje da li je funkcija parna ili neparna - zna odrediti nule i znak nekih elementarnih funkcija - zna interpretirati sa grafika nule i znak funkcije, parnost i neparnost funkcije 	<ul style="list-style-type: none"> - određuje definiciono područje, ispituje parnost i neparnost te određuje nule i znak složenijih funkcija

5. STRUKTURA ISPITA

5.1. Struktura ispita iz Matematike u okviru integralnog testa

U okviru integralnog testa, predviđeno je 13 zadataka iz matematike. Udjeli područja ispitivanja na osnovnom nivou ispita prikazani su u tabeli 3.

Tabela3. Struktura testa iz matematike u okviru integralnog testa

Područja/ tematske cjeline	Znanje i razumijevanje	Primjena	Rješavanje problema	%	Bodovi	Broj zadataka
I područje: <ul style="list-style-type: none"> - Skupovi brojeva N, Z, Q, I, R - Stepeni sa cjelobrojnim eksponentom - Cijeli algebarski izrazi (polinomi) - Racionalni algebarski izrazi - Procentni račun, omjer, proporcija 	1	2	1	30	4	4
II područje: <ul style="list-style-type: none"> - Linearne funkcije - Linearne jednačine i nejednačine - Sistemi linearnih jednačina 	2	1		25	3	3
III područje: <ul style="list-style-type: none"> - Korijeni i operacije sa korijenima - Kompleksni brojevi 	2	1		20	3	3
IV područje: <ul style="list-style-type: none"> - Kvadratna funkcija i kvadratna nejednačina - Kvadratna jednačina (diskriminanta, Vieteova pravila) 	1	1	1	25	3	3
Ukupno	40%	40%	20%	100	13	13

5.2. Struktura ispita iz Matematike na višem nivou

Ispit iz Matematike na višem nivou sadrži 20 zadataka podijeljenih prema tipovima zadataka i komponentama ishoda. Struktura ispita za viši nivo prikazana je u tabeli 4.

Tabela 4. Struktura testa iz Matematike na višem nivou

Područja/tematske cjeline	Znanje i razumijevanje	Primjena	Rješavanje problema	%	Bodovi	Broj zadataka
I. područje: - Skupovi brojeva N, Z, Q, I, R - Stepeni sa cjelobrojnim eksponentom - Cijeli algebarski izrazi (polinomi) - Racionalni algebarski izrazi - Procentni račun, omjer, proporcija	2	2		20	20	4
II. područje: - Linearna funkcija - Linearne jednačine i nejednačine - Sistemi linearnih jednačina	1		1	10	10	2
III. područje: - Korijeni i operacije sa korijenima - Kompleksni brojevi	1	1		10	10	2
IV. područje: - Kvadratna funkcija i kvadratna nejednačina - Kvadratna jednačina (diskriminanta, Viete-ova pravila)		1	1	10	10	2
V. područje - Eksponencijalna funkcija, eksponencijalne jednačine. - Pojam logaritma., logaritamska funkcija, logaritamska jednačina, primjena logaritma	1	1		10	10	2

VI. područje - Planimetrija. Stereometrija. - Trigonometrija. Analitička geometrija	2	1	1	20	20	4
VII. područje - Binomni obrazac. - Aritmetički i geometrijski niz. - Realna funkcija: Osobine	1	2	1	20	20	4
Ukupno	40%	40%	20%	100%	100	20

Postotni udio pojedine ispitne cjeline odnosi se na postotak ukupnoga broja bodova. Moguće odstupanje udjela pojedine cjeline iznosi $\pm 5\%$.

6. TEHNIČKI OPIS ISPITA

6.1. Trajanje ispita

Ispit iz Matematike je pismeni. Ispit se piše bez prekida. Integralni test i test iz matematike na višem nivou se radi najviše 180 minuta.

6.2. Izgled ispita i način rješavanja

Učenici dobivaju test sa dijelom sa formulama, list za odgovore kod integralnog testa i listove za rad (ocjenjivački list).

Test je jedinstven, obuhvaća sve ispitne cjeline te učenici mogu sami odrediti redoslijed rješavanja zadataka. Od učenika se očekuje da pažljivo pročitaju upute koje će slijediti tokom rješavanja ispita.

Učenicima prije ispita treba naglasiti da dobro pročitaju upute prije zadataka, jer je u njima opisan i način obilježavanja tačnih odgovora. Zadatke višestrukoga izbora učenici rješavaju obilježavanjem slova tačnoga odgovora između četiriju ponuđenih.

Ako u zadacima višestrukoga izbora učenik obilježi više od jednoga odgovora, zadatak će se bodovati s 0 (nula) bodova bez obzira na to što je među obilježenima i tačan odgovor. U zadacima kratkoga odgovora učenici upisuju odgovor na predviđeno mjesto u testu. U zadacima produženoga odgovora, koje sadrži

isključivo viši nivo ispita, učenici trebaju prikazati postupak rješavanja te upisati odgovor i postupak na predviđeno mjesto u testu. Za rješavanje zadataka učenici mogu koristiti listove za rad, ali moraju, u skladu s navedenim uputama, prepisati ono što se od njih traži na Ocjenjivački list.

6.3. Pribor

Tokom pisanja ispita iz Matematke dopušteno je koristiti uobičajeni pribor za pisanje i brisanje (olovka, kemijska olovka plave ili crne boje i gumica). Potreban je geometrijski pribor (trokut ili ravnalo i šestar) i džepno računalo (tzv. znanstveni kalkulator) koje se može koristiti tokom cijeloga ispita. Formule su sastavni dio ispitnoga materijala. Učenicima **nije dopušteno** donijeti niti koristiti nikakve druge listove s formulama. Za vrijeme ispita učenici ne nose mobilne telefone.

7. PRIMJERI ZADATAKA PO NASTAVNIM TEMAMA I NIVOIMA

U ovome poglavlju su primjeri zadataka za svako područje, tematski sadržaj i za svaki nivo zahtjeva dostizanja ishoda sa tačnim odgovorom i načinom bodovanja.

Kod integralnog testa, zadatak višestrukoga izbora sastoji se od **upute** (u kojoj je opisan način rješavanja zadatka i koja je zajednička za sve zadatke toga tipa u nizu), **osnove** (pitanja) te **četiri ponuđena odgovora** od kojih je jedan tačan.

Za pomoć pri računanju možete pisati i po stranicama testa. Tačne odgovore kod integralnog testa morate označiti popunjavanjem kružića na ocjenjivačkom listu crnom hemijskom olovkom.

I PODRUČJE

SKUPOVI BROJEVA I OPERACIJE

Niži nivo:

- zna prepoznati i identifikovati brojeve iz skupova N, Z, Q, I, R

1. Koji od datih brojeva nije racionalan:

- a) 5, b) $\sqrt{5}$, c) $\frac{5}{6}$, d) -5 e) 5π ?

- odrediti njihove apsolutne vrijednosti

2. Apsolutna vrijednost realnih brojeva iz prethodnog zadatka je:

- a) 5, b) $\sqrt{5}$, c) $\frac{5}{6}$, d) -5 e) 5π ?

(zaokruži netačan odgovor)

- zna redoslijed izvođenja računskih operacija u skupovima brojeva

3. Izračunati: $18 : 3 + 8 \cdot 2 + 16 - 5$

- zna izračunati jednostavnije brojne izraze sa i bez apsolutne vrijednosti

4. Izračunati: $|8 - 11| : (-3) + 8 \cdot |2|$

- zna upotrijebiti simbole intervala (a,b), [a,b), (a,b], [a,b]

5. Koja relacija je tačna:

- a) $2 \in (2,5)$, b) $2 \in [2,5)$, c) $2 \in (2,5]$, d) $2 \in [2,5]$?

- zna napisati dati skup realnih brojeva intervalima i prikazati ga na brojnoj osi

6. Rješenje nejednačine $x < 6$ u skupu realnih brojeva je interval:

- a) $(-\infty, 6)$, b) $(-\infty, 6]$, c) $[0,6]$, d) $(0,6)$

Srednji nivo:

- upoređuje brojeve iz skupova N,Z,Q,I,R.

7. Uporediti brojeve $\frac{-4}{3}$ ili $\frac{-5}{4}$.

- pretvara iz jednog oblika u drugi, upoređuje ih

8. Poredati brojeve po veličini: -3, $\sqrt{9}$, $\frac{-6}{3}$, $\frac{-3}{6}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{7}$

- računa vrijednosti brojnih izraza poštujući redoslijed računskih operacija

9. Izračunati: $18 : (-3) + 8 \cdot 2 + \frac{3}{4} \cdot 16$

- računa vrijednosti brojnih izraza sa apsolutnim vrijednostima

10. Izračunati: $|-18| : (-3) + 8 \cdot 2 + \left|-\frac{3}{4}\right| \cdot 16$

Viši nivo

- rješava složenije tipove zadataka (brojne izraze) i probleme

11. Izračunati:

- a) $3\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{3} - 6\frac{1}{8} : 3\frac{1}{2}$, b) $3\frac{3}{4} \cdot (2\frac{2}{3} - 6\frac{1}{8}) : 3\frac{1}{2}$, c) $3\frac{3}{4} \cdot (2\frac{2}{3} - 6\frac{1}{8} : 3\frac{1}{2})$

- primjenjuje operacije u skupu R pri rješavanju matematičkih problema iz svakodnevnog života

12. Zbir brojeva 3 i 15 umanjiti za njihovu dvostruku razliku.

STEPENI S CJELOBROJNIM EKSPONENTOM

Niži nivo:

- računa vrijednost stepena sa cjelobrojnim eksponentom i cjelobrojnom bazom

1. Vrijednost datog stepena 3^4 je

- a) 12 b) 3 c) 81 d) 45

(Zaokruži tačan odgovor)

Srednji nivo :

- računa vrijednost jednostavnijih brojnih izraza sa racionalnom bazom

2. Upariti date vrijednosti stepena:

a) $\left(-\frac{4}{3}\right)^0$ 10

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ -1

c) $(-1)^3$ 1

d) $(0.1)^{-1}$ 4

a) 10, -1, 1, 4,

b) 1, 4, -1, 10

c) 1, 4, -1, 10

d) 4, 1, -1, 10

3. Uprostiti izraz $(xy^2)^4 : x^3y^2 = ?$

4. Vrijednost izraza $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{6}{1}\right)^{-2}$ je

a) 2

b) 10

c) 12

d) 8

(Zaokruži tačan odgovor.)

Viši nivo :

- rješava složenije brojne izraze sa racionalnom bazom

5. Jednostavniji oblik algebarskog razlomka $\frac{36x^5y^{-2}z^{-5}}{42y^3x^4z^{-6}}$ je

a) $\frac{9x^2y}{14z^2}$

b) $\frac{6xz}{7y^5}$

c) $\frac{7x^3z^2}{7y^4}$

d) $\frac{4xz}{9y^5}$

(Zaokruži tačan odgovor)

CIJELI ALGEBARSKI IZRAZI

Niži nivo:

- zna odrediti stepen polinoma i urediti polinome po rastućim ili opadajućim koeficijentima

1. Napisati polinom po opadajućim eksponentima i odrediti njegov stepen $3x-2x^3+4x^2-5x^4+3+8x^5$

- zna izračunati vrijednost cjelobrojnog algebarskog izraza za datu cjelobrojnu varijablu

2. Izračunati vrijednost polinoma $P(x) = x^3 + 4x^2 - 3x + 4$, ako je $x = -2$

- razlikuje cijele algebarske izraze po broju članova (monom, binom,...)

3. Šta od navedenog nije monom:

a) $2x^3$ b) $2x^3 + 1$ c) $-3xy^2$ d) $x^2 - x^4$?

- uočava slične monome

4. Koji od monoma: a) $2xy^2$ b) $-2x^2y$ c) $4xy^3$ d) $4xy$ je sličan monomu $4xy^2$?

- izvodi operacije sabiranja, oduzimanja i množenja sa monomima i binomima

5. Odrediti zbir, razliku i proizvod

a) monoma $3x^4$ i binoma $4x + 5$, b) monoma $3x^4$ i trinoma $2x^2-4x+5$, c) binoma $4x + 5$ i $2 - 4x$

Srednji nivo:

- izvodi osnovne matematičke operacije s polinomima (sabiranje, oduzimanje, množenje i dijeljenje)

6. Srediti izraz i odrediti stepen dobijenog polinoma

$$3x^4(4x + 5) + 3x^4(2x^2 - 4x + 5) - (4x + 5)(2 - 4x)$$

- zna izračunati vrijednost cjelobrojnog algebarskog izraza za datu realnu varijablu

7. Izračunati vrijednost polinoma

$$P(x) = x^3 + 9x^2 - 3x + 4, \text{ ako je } x = \frac{2}{3}$$

- kvadrirati i kubirati binom

8. Stepenovati $(3x + 4)^2$, $(2x - 1)^3$

- vlada metodama za rastavljanje polinoma na faktore (izvlačenje zajedničkog faktora ispred zagrade, razlika kvadrata)

9. Rastaviti date polinome na proste faktore:

a) $8a^2b - 16ab$

b) $25x^2 - 64y^2$

Viši nivo:

- analizira i rješava problem svođenja polinoma na proste faktore

10. Rastaviti date polinome na proste faktore $18x^2 - 8$

- stepenuje binom i trinom

11. Stepenovati a) $(\frac{3}{4}x + 8)^2$,

b) $(x + 3 - y)^2$

RACIONALNI ALGEBARSKI IZRAZI

Niži nivo

- zna odrediti definiciono područje racionalnog algebarskog izraza

1. Odrediti definiciono područje racionalnog algebarskog izraza $\frac{5x+1}{x}$,

- zna izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza za datu cjelobrojnu varijablu

2. Izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza $\frac{5x+1}{x+2}$, ako je $x = -3$.

Srednji nivo:

- zna izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza za datu realnu varijablu

3. Izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza: $\frac{5x+1}{x^2-4}$ ako je $x = \frac{-2}{3}$.

- zna pojednostaviti racionalni algebarski izraz (primjena metoda za rastavljanje na proste faktore i skratiti)

4. Pojednostaviti racionalni algebarski izraz $\frac{4a^2-2ab}{8a-4b}$

Viši nivo:

- obavljati osnovne računске operacije sa složenijim racionalnim algebarskim izrazima

5. Pojednostaviti racionalni algebarski izraz: $[\frac{(x+y)^2-4y^2}{x^2-y^2} - \frac{x-y}{x+y}] : \frac{2y}{x+y}$

OMJER, PROPORCIJE I PROCENTNI RAČUN

Niži nivo:

- prepozna pojam razmjere i proporcije

1. Šta je od navedenog razmjera, a šta proporcija:

a) $a : b$ _____

b) $a : b = c : d$ _____

- zna riješiti proporcije

2. Riješiti proporciju $3 : x = \frac{6}{7} : 5$

- imenuje osnovne pojmove i elemente procentnog računa

3. Tri osnovne veličine u procentnom računu su: (Dopuni odgovor!)

- razlikuje direktnu i obrnutu proporcionalnost

4. Na prazno polje upisati da li je data funkcija obrnute ili direktne proporcionalnosti:

Funkcija $y = 2x$ je funkcija _____ proporcionalnosti, a funkcija $y = \frac{2}{x}$ je funkcija _____ proporcionalnosti.

- zapisuje procenat u obliku decimalnog broja

5. Zapisati procenat u obliku decimalnog broja $0,4\%$,

- zna odrediti procenat date veličine
6. Odrediti procenat date veličine 5% od 70

Srednji nivo:

- analizira i upoređuje rješenja razmjere i proporcije
 - poznaje račun veličina direktne i obrnute proporcionalnosti
7. Ako tri metra platna koštaju 18KM, koliko košta pet metara tog platna?

- računa procenat, procentni iznos i glavnice

8. a) Izračunati glavnice ako je procentni iznos 15% od ukupne sume novca iznosi 350 KM. Kolika je ta suma?
 b) Izračunati procentni iznos. Koliko iznosi 5% od 16 000 KM?
 c) Izračunati procenat. Koliko iznosi u procentima iznos od 150KM od glavnice 1.2000 KM

Viši nivo:

- primjenjuje stečeno znanje u rješavanju praktičnih problema iz stvarnog života
9. Početna cijena knjige je 20KM, prvo je poskupila za 30%, a zatim pojeftinila za 30%. Kolika je sada cijena knjige?

II PODRUČJE

LINEARNA FUNKCIJA

Niži nivo:

- prepoznaje linearnu funkciju
1. Koja od datih funkcija je linearna:

a) $f(x) = 3$, b) $f(x) = 3x - 2$, c) $f(x) = x^2 + 2$?

- računa vrijednost funkcije za datu promjenljivu

2. Izračunati vrijednost funkcije $f(x) = 2x + 5$ za a) $x = 3$,
 Provjeriti da li tačka A(1, 7) pripada grafiku date funkcije.

Srednji nivo:

- izražava formulom linearnu funkciju
3. Kako glasi opći oblik linearne funkcije?

- određuje njen domen i nulu funkcije

4. Odrediti domen i nulu funkcije a) $f(x) = 2x + 4$,

- predstavlja datu funkciju tabelarno i grafički

5. Predstaviti datu funkciju tabelarno i grafički $f(x)=2x+4$

Viši nivo:

- formulira funkcije na osnovu grafika ili tabele

6. Kako glasi funkcija čiji je tabelarni prikaz naveden u slijedećoj tabeli

x	0	1	2	3
f(x)	1	3	5	7

- ispituje, ili uviđa sa grafika osobine linearne funkcije

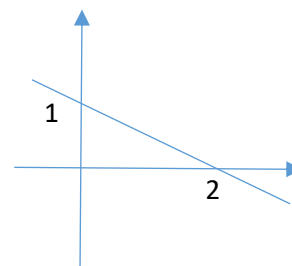
7. Pripada li tačka A(1,1) datoj funkciji koja je prikazana grafikom

- formulira funkcije na osnovu datih podataka (k , n ili tačke kroz koje funkcija prolazi)

8. Odrediti vrijednost parametra m tako da prava $f(x) = mx + 5$ prolazi tačkom (2,13).

- primjenjuje i koristi znanje iz linearne funkcije na problemske zadatke

9. Izračunati vrijednost funkcije $f(x) = x + n$ za $x=7$, ako je poznato da njen grafik sadrži tačku A(3,5).



LINEARNA JEDNAČINA I NEJEDNAČINA

Niži nivo:

- razlikuje nepoznatu veličinu i parametar

1. Riješiti jednačinu po nepoznatoj x , $x + 5 = a - 2$

- rješava jednostavnije linearne jednačine

2. Riješiti jednačinu: $3x + 5 = -7$

- prepoznaje tipove jednačina: određena, neodređena i proturječna jednačina

3. Provjeriti da li je broj $x = -1$ rješenje jednačine $3x - 4 = -7x$

- uočava razliku između jednačina i nejednačina, kao i njihovih rješenja (broj i interval)

4. Riješiti jednačinu $2x + 6 = x + 10$,

Srednji nivo:

- ekvivalentnim transformacijama datu jednačinu dovodi na standardni oblik $ax = b$, $a \neq 0$

5. Riješiti jednačinu $4x - 3 + x = 2x - 1$

6. Riješiti jednačinu: $3x + 5 - 2x + 2 = x - 7 + 2x$,

- analizira i upoređuje rješenja nejednačina

7. Rješenje nejednačine $3x + 5 \leq 2$ je . a) $(-\infty, -1)$, b) $(-\infty, -1]$,

- rezimira rješenja

- rješava jednostavnije jednačine sa apsolutnim vrijednostima

8. $2|x| - 5 = |x| + 2$

Viši nivo:

- primjenjivati i upotrebljavati stečeno znanje u rješavanju praktičnih problema iz svakodnevnog života (rješavanje problemskih zadataka pomoću jednačina ili nejednačina)

9. Polovina nekog broja je za 4 veća od njegove trećine. Koji je to broj?

- rješava složenije linearne jednačine

10. Riješiti jednačinu: a) $\frac{3x-5}{x-1} - \frac{2x-5}{x-2} = 1$,

b) $\frac{2x+2}{4x^2-9} - \frac{5}{2x+3} + \frac{5}{2x-3} = 0$.

- rješava složenije linearne nejednačine

11. Riješiti nejednačinu:

a) $\frac{x+1}{3} - \frac{3x}{5} + x > \frac{x}{15} - 1$,

b) $\frac{8}{2x+1} < 3$

SISTEMI LINEARNIH JEDNAČINA

Niži nivo:

- prepoznaje opći oblik sistema linearnih jednačina

- uočava da je uređeni par rješenje sistema

- zna provjeriti da li je dati par rješenje datog sistema

1. Provjeriti da li je par $(4,3)$ rješenje datog sistema $\left. \begin{array}{l} 2x + 5y = 23 \\ x - 6y = 14 \end{array} \right\}$

Srednji nivo:

- razumije bar jednu od metoda rješavanja sistema linearnih jednačina

2. Riješiti sistem jednačina proizvoljnom metodom $\left. \begin{array}{l} 2x + 5y = 23 \\ x - 6y = 14 \end{array} \right\}$

Viši nivo:

- vlada metodologijom više različitih metoda za rješavanje sistema

3. Riješiti sistem jednačina
$$\begin{cases} 2x + 5y = 23 \\ x - 6y = 14 \end{cases}$$

- a) metodom suprotnih koeficijenata, b) metodom supstitucije, c) metodom determinanti

- rješava problemske zadatke pomoću sistema jednačina

4. Prije 4 godine otac je bio 7 puta stariji, a nakon 4 godine otac će biti 3 puta stariji od sina. Koliko godina sada ima otac, a koliko sin?

III PODRUČJE**KORIJENI I OPERACIJE SA KORIJENIMA****Niži nivo:**

- izračunava vrijednost korijena sa racionalnim radikandom

- sabira, oduzima, množi i dijeli korijene istih eksponenata

1. Vrijednost korijena $\sqrt{\frac{9}{4}}$ je:

- a) 1 b) $\pm \frac{3}{2}$ c) $\frac{3}{2}$ d) $-\frac{3}{2}$

2. Saberi (oduzmi) korijene: $2\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{2} - 2\sqrt{5}$

- a) $2\sqrt{4} - 3\sqrt{10}$ b) $3\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$ c) $3\sqrt{2}$ d) $6\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$

3. Podijeli korijene $\sqrt[3]{54 a^{11} b} : \sqrt[3]{9 a^3 b}$

- a) $\sqrt[3]{6 a^8 b}$ b) $\sqrt[3]{6 a^8}$ c) $\sqrt[3]{6 a^{14} b^2}$ d) $\sqrt[3]{45 a^8 b}$

4. Stavi broj na crtu u desnoj koloni, koji odgovara broju u lijevoj koloni, a bi formulacija (izjava) bila tačna, a potom zaokruži jednu od ponuđenih kombinacija (koja je tačna)

1. korijeni se sabiraju (oduzimaju) samo ako imaju _____ iste eksponente
2. korijeni se množe (dijele) samo ako imaju _____ pomnožimo eksponente, a radikand prepisemo
3. korijeni se korjenuju: _____ iste eksponente i iste radikande
4. korijene stepenujemo: _____ prepisemo eksponent, a radikand stepenujemo

- a) 3124 b) 1324 c) 4231 d) 2314

Srednji nivo:

- proširuje i skraćuje korijene

- parcijalno korjenuje

- racionalize nazivnik

5. Izvrši djelimično korjenovanje $\sqrt{50}$

6. Saberi (oduzmi): $2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{27} - 2\sqrt{8}$

- a) $-2\sqrt{2} + 12\sqrt{3}$ b) 1 c) $-6\sqrt{2} + 18\sqrt{3}$ d) $2\sqrt{22}$

(zaokruži tačan odgovor)

7. Nakon skraćivanja korijena $\sqrt[12]{8}$ njegova vrijednost je:

- a) $\sqrt[4]{2}$ b) $\sqrt[3]{4}$ c) $\sqrt[6]{2}$ d) $\sqrt{2}$

8. Pomnoži korijene $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{2a} =$

- a) $\sqrt[12]{2a^2x^2}$ b) $\sqrt[12]{8a^9x^8}$ c) $\sqrt[6]{4a^4x^4}$ d) $\sqrt[12]{2a^9x^8}$
(zaokruži tačan odgovor)

9. Racionališi nazivnik razlomka $\frac{2}{\sqrt{5}}$:

- a) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ b) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ c) $\sqrt{5}$ d) $\frac{2}{5}$
(zaokruži tačan odgovor)

Viši nivo:

- izračunava vrijednost iracionalnog brojnog izraza
- izračunava vrijednost stepena sa racionalnim eksponentom
- korjenjuje i stepenuje korijen,
- racionališe nazivnik razlomka koji je oblika zbira ili razlike

1. Vrijednost izraza $16^{0,5} - \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ je:

- a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) 12 d) 3

2. Vrijednost izraza $\left(\sqrt[3]{x^2y^{-1}} : \sqrt{x^{-1}y^{-2}}\right) \cdot \sqrt[4]{x^{-5}y^{-3}} =$ je:

- a) $\sqrt[12]{\frac{y}{x}}$ b) $\sqrt[12]{\frac{x}{y}}$ c) $\sqrt[12]{xy}$ d) $\sqrt[12]{\frac{1}{xy}}$

3. Vrijednost izraza $\sqrt{\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}$ jeste:

- a) $\sqrt{128}$ b) $\sqrt[8]{8}$ c) $\sqrt[16]{128}$ d) $\sqrt{8}$

4. Stepen $8^{-\frac{2}{3}}$ u obliku korijena zapisujemo sa:

- a) $\sqrt{8^3}$ b) $\sqrt[3]{8^2}$ c) $\sqrt[3]{\frac{1}{8^2}}$ d) $\sqrt{8^{-3}}$

5. Nakon racionalizacije nazivnika izraz $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ jednak je :

- a) $\frac{1-\sqrt{15}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{15}-1}{2}$ c) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ d) $\frac{\sqrt{15}}{2}$

KOMPLEKSNI BROJEVI

Niži nivo:

- definiše imaginarnu jedinicu (korijen iz negativnog broja)
- prepozna algebarski oblik kompleksnog broja
- uoči razliku između realnog i imaginarnog dijela
- prepozna ili odredi konjugovano-kompleksan broj datom broju
- izračuna modul kompleksnog broja

1. Prema definiciji imaginarne jedinice u skupu C , $i^2 = ?$

- a) 1 b) -1 c) 0 d) 2

2. Kako glasi algebarski oblik kompleksnog broja?

3. Realni dio kompleksnog broja $Z = 1+2i$

- a) 1 b) 2 c) -1 d) -3

4. Imaginarni dio kompleksnog broja $Z = 3-2i$

- a) 3 b) -2 c) -3 d) 2

5. Dat je kompleksan broj $Z = 2 + 2i$, njemu konjugovano - kompleksan broj je

- a) $Z = -2 - 2i$ b) $Z = 2 - 2i$ c) $Z = -2 + 2i$ d) $Z = 2 - 2$

6. Dat je kompleksan broj $z = 3 + 4i$, modul kompleksnog broja je

- a) $|z| = 5$ b) $|z| = 9$ c) $|z| = 16$ d) $|z| = 7$

Srednji nivo:

- stepenuje imaginarnu jedinicu
- predstavlja kompleksan broj u Gausovoj ravni
- obavlja matematičke operacije sa kompleksnim brojevima (sabiranje, oduzimanje, množenje i kvadriranje)

7. Zaokružiti tačan odgovor :

$i^3 =$	1	-i	i	0
$i^4 =$	-i	1	i	1
$i^5 =$	1	i	-i	1
$i^0 =$	-i	1	1	i

8. Kompleksan broj $Z = 3 - 2i$ predstaviti u Gausovoj ravni?

9. Dati su kompleksni brojevi $Z_1 = 1 - 2i$ i $Z_2 = -2 + 3i$, tada je $Z_1 + Z_2 =$

- a) $-3 - 5i$ b) $-1 + i$ c) $1 + i$ d) $3 + 5i$

10. Dopuniti $(1 - i\sqrt{3})^2 = \dots - 2i\sqrt{3} + \dots$

11. Dati su kompleksni brojevi $Z_1 = 1 - 3i$ i $Z_2 = 2 + 4i$, proizvod $Z_1 Z_2 =$

- a) $14 - 2i$ b) $10 + 10i$ c) $-10 + 2i$ d) $-2 - 2i$

Viši nivo:

- obavlja matematičke operacije sa kompleksnim brojevima (sabiranje, oduzimanje i množenje i dijeljenje)
- rješava jednačine sa kompleksnim brojevima

12. Dati su kompleksni brojevi $Z_1 = -1 - 3i$ i $Z_2 = -2 + i$, tada je $(z_1 - z_2) z_1 = ?$

- a) $-13 + i$ b) $13 + 7i$ c) $11 + i$ d) $-11 + i$

13. Ako je $Z_1 = 2 + i$, odredi kompleksan broj $Z = x + iy$ tako da vrijedi $\text{Re}(Z / \bar{Z}_1) = -3 / 5$, $\text{Im}(ZZ_1) = 1$

- a) $x = 1, y = -1$ b) $x = -1, y = 1$ c) $x = -1, y = -1$

IV PODRUČJE

KVADRATNE JEDNAČINE I VIETOVA PRAVILA

Niži nivo:

- uočava kvadratnu jednačinu, njene koeficijente
- zna riješiti kvadratnu jednačinu oblika $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$
- zna provjeriti da li su dati brojevi rješenja date jednačine

1. Riješiti jednačine:

a) $x^2 - 7x + 12 = 0$, b) $9x^2 + 18x + 5 = 0$, c) $x^2 - 9x = 0$, d) $x^2 - 9 = 0$,

2. Odrediti koeficijente kvadratne jednačine $x^2 + x - 3 = -2x^2 - 3x + 3$

3. Provjeriti da li je $x = -3$ rješenje kvadratne jednačine $x^2 + 7x + 12 = 0$.

Srednji nivo:

- zna razlikovati i riješiti potpune i nepotpune kvadratne jednačine
- skup rješenja prikazuje na brojnoj pravoj i pomoću intervala

4. Riješiti jednačine: $(x + 3)(x - 2) + (x + 2)^2 - 3x - 10 = 0$,

5. Provjeriti da li su brojevi $\frac{-3}{7}$ i $\frac{1}{7}$ rješenja jednačine $49x^2 = 3 - 14x$.

Viši nivo:

- analizira rješenja kvadratne jednačine u zavisnosti od diskriminante

6. Za koje vrijednosti parametra m jednačina $2x^2 - 8x + m + 10 = 0$ ima realna različita rješenja?

- analizira i rješava kvadratne jednačine primjenom Vieteovih pravila

7. U jednačini $3x^2 + mx - 2 = 0$ odrediti parametar m tako da za njena rješenja vrijedi $x_1^2 + x_2^2 = \frac{13}{9}$.

8. Napisati kvadratnu jednačinu koja ima rješenja $x_1 = 2 - i$, $x_2 = 2 + i$,

- rastavlja kvadratni trinom na proste faktore

9. Rastaviti na proste faktore trinom $x^2 - 6x - 7$

KVADRATNA FUNKCIJA I KVADRATNE NEJEDNAČINE**Niži nivo:**

- prepozna grafik kvadratne funkcije, odredi vrijednost date funkcije za datu varijablu

- provjeri da li data tačka pripada funkciji

1. Izračunati vrijednost funkcije $f(x) = x^2 + 5x - 3$ za $a) x = -3$,

2. Provjeriti da li tačka $A(0, -3)$ pripada grafiku funkcije $f(x) = x^2 + 5x - 3$.

Srednji nivo:

- objasni zavisnost grafa od kvadratnog koeficijenta

- određuje domen, nule i tjeme kvadratne funkcije

- povezuje broj nula funkcije s diskriminantom

- rješava kvadratne nejednačine koristeći nule funkcije i graf

- rješava kvadratne nejednačine koristeći rastavljanje kvadratnog trinoma na faktore

3. Kako izgleda parabola u zavisnosti od koeficijenta a ?

4. Odrediti domen, nule i tjeme kvadratne funkcije

$$a) f(x) = x^2 + 5x + 6,$$

$$b) f(x) = x^2 - 4x + 4.$$

5. Kakva mogu biti rješenja u zavisnosti od diskriminante?

6. Riješiti kvadratne nejednačine:

$$a) x^2 + 5x + 6 > 0, \quad b) x^2 - 9x + 20 \leq 0, \quad c) x^2 + 5x < 0, \quad d) x^2 - 9 \geq 0.$$

7. Rastavljanjem na faktore, riješiti nejednačinu $b) x^2 - 6x - 7 \leq 0$,

Viši nivo:

- ispita kvadratnu funkciju (domen, nule, tjeme), skicira njen grafik i odredi tok funkcije

- očitava sa grafika nule funkcije, znak, ekstrem i vrstu ekstrema

- diskutuje grafik funkcije u zavisnosti od koeficijenata i diskriminante

- rješava nejednačine koje se svode na kvadratne nejednačine koristeći rastavljanje kvadratnog trinoma na faktore ili graf odgovarajuće parabole

- uspostavlja odnos između poznavanja grafika i rješavanja problema ekstrema

- koristi stečeno znanje na problem iz stvarnog života

8. Ispitati i nacrtati grafik funkcije $y = 2x^2 - x - 3$.

9. Ispitati ekstrem funkcije $y = 3x^2 - x - 2$.

10. U skupu funkcija $y = -mx^2 + (m - n)x - n$, $m, n \in R$, odrediti funkciju koja ima maksimum -3 za $x = -1$.

11. Riješiti nejednačine: $\frac{x^2 + 4x + 5}{x^2 - 5x + 6} < 0$.

12. Za koje vrijednosti parametra m jednačina $mx^2 + (1 + 3m)x + m = 0$ ima konjugovano - kompleksna rješenja?

13. Za koje vrijednosti parametra m funkcija $y = (m - 3)x^2 + 4x + 2$ je negativna u cijeloj svojoj domeni?

14. Od žice dužine 16 cm treba napraviti pravougaonik maksimalne površine. Odrediti stranice takvog pravougaonika.

V PODRUČJE

EKSPONENCIJALNA FUNKCIJA

Niži nivo:

- Računa sa stepenima racionalnog eksponenta.
- Stepene jedne osnove pretvara u stepene druge osnove.
- Računa vrijednost eksponencijalne funkcije.
- Skicira grafik eksponencijalne funkcije.

1) $5 \cdot 3^n - 3^{n+1} = ?$

2) U kojoj tački grafik funkcije: $f(x) = 2^{x-1}$, siječe osu Oy ?

3) Izračunati 3^{-2x} , za $x = -\frac{1}{2}$.

4) Izbaciti uljeza: $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, 27, 1, 81, 2, \frac{1}{3}, \sqrt{3}$

5) Zadana je funkcija $f(x) = 3^x + 2$.

a) Odredite skup svih vrijednosti (sliku) funkcije?

b) Koliko rješenja ima jednačina $f(x) = 3$?

6) Zadana je funkcija $f(x) = 2^x - 8$.

a) Odredite nultačku funkcije f ?

b) Izračunajte $f(-5)$.

7) Popuni tabelu:

x	-2	0	$\frac{1}{2}$	1
$f(x) = 3^{-x}$				

8) Skicirati grafik funkcije $f(x) = 2^x$

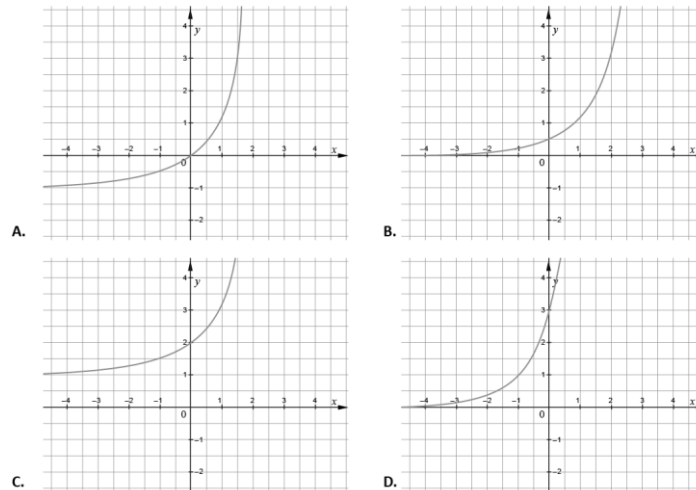
Srednji nivo:

- Stepene složenog eksponenta pretvara u proizvod, količnik ili korijen.
- Crta grafik funkcije $y = e^x$.
- Analizira osobine eksponencijalne funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom.
- Razumije monotonost funkcije.

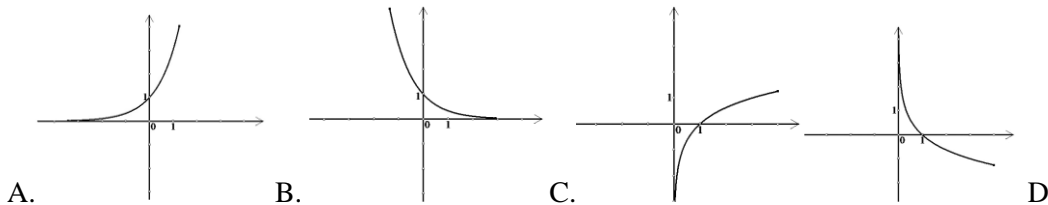
9) Izračunati: $\frac{0,01^{-1,5} \cdot \sqrt{10}}{0,001^{-\frac{1}{2}}}$

10) Ako je: $e^{10k} = \frac{6}{5}$, izračunati e^{5k} ?

11) Na kojoj je slici prikazan graf funkcije $f(x) = 3^{x+1}$?



12) Na kojoj je slici prikazan graf funkcije $f(x) = 3^x$?



13) Nakon utrke puls (broj otkucaja srca u minuti) trkača mijenja se prema formuli $P(t) = 150 \cdot 2^{-0.13t}$ gdje je t vrijeme u minutama nakon završetka utrke. Koliki je puls trkača 2 minute nakon završetka utrke?

Viši nivo:

- Prepoznaje eksponencijalnu ovisnost.
- Određuje tok znak i asimptote eksponencijalne funkcije oblika: $y = a^{f(x)}$, ($0 < a < 1$, $a > 1$).
- U problemima opisanim eksponencijalnom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanog argumenta.
- Modelira eksponencijalnom funkcijom

14) Ispitati i nacrtati grafik funkcije: $y = 2^{-x}$

15) Svemirska sonda putuje prema planeti udaljenoj $4 \cdot 10^9 km$ od Zemlje. Nakon što je prošla četvrtinu puta, izgubila je vezu s bazom na Zemlji. Veza je ponovno uspostavljena na udaljenosti $1.3 \cdot 10^9 km$ od Zemlje. Koliko je kilometara sonda preletjela bez kontakta s bazom?

16) Sila trenja čeličnog užeta omotanog oko željeznog valjka omogućuje da se neka veća sila P drži u ravnoteži manjom silom P_0 . Veza između P i P_0 zadana je formulom $P = P_0 3^n$, gdje n označava broj namotaja. Koliki teret možemo držati pomoću sile od $50N$ ako imamo 3 namotaja.

EKSPONENCIJALNE JEDNAČINE

Niži nivo:

- Primjenjuje i formulira operacije s stepenima i korijenima.
- Prepoznaje i rješava jednostavnije eksponencijalne jednačine $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ ($0 < a < 1$, $a > 1$).

$$4^{\frac{3}{2}} \cdot \left(27^{\frac{1}{3}}\right)^{-2}$$

1) Izračunajte : i rezultat napišite kao razlomak.

2) Riješiti jednačinu: $4^{5-9x} = \frac{1}{8^{x-2}}$

Srednji nivo:

- Prelazi iz jednog prikaza stepena racionalnog eksponenta u drugi prikaz.
- Rješava eksponencijalne jednačine koje sadrže stepene različitih osnova.
- Rješava eksponencijalne jednačine koje se smjenom svode u kvadratne.

3) Napišite $\frac{3^{2a-1}}{81^a} \cdot 27^{-1}$ u obliku stepena s bazom 3.

4) Riješiti jednačinu: $32^{x+1} = \frac{\sqrt{8}}{4}$

5) Riješiti jednačinu: $2^x + \frac{9}{2^x} = 10$.

Viši nivo:

- Razumije da je jednačina oblika: $a^x = b$ ($0 < a < 1$, $a > 1$), $b < 0$ nemoguća.
- Rješava složenije eksponencijalne jednačine koje sadrže stepene različitih osnova.

6) Skup rješenja jednačine: $8^{2x} = 0$ je

a) $\{\emptyset\}$ b) $\{0\}$ c) $\{-\infty, +\infty\}$ d) $\{1\}$

7) Riješiti jednačinu: $8 \cdot 16^x = 7 \cdot 14^x$

8) Riješiti jednačinu: $2^{2x+1} \cdot 9^{x+1} = 3 \cdot 6^{x+3}$

POJAM LOGARITMA**Niži nivo:**

- Određuje vrijednost logaritma zadane osnove i numerusa.
- Računa vrijednost brojnog izraza koristeći definiciju logaritma.

1) Vrijednost izraza $\log 100 - \log 10 + \log 1000$ je ?

2) Izračunaj x ako je $\log_2 x = -3$.

3) Vrijednost izraza $\log_3 \frac{1}{27} + \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}$ je ?

Srednji nivo:

- Određuje osnovu (numerus) ako je poznata vrijednost logaritma.
- Primjenjuje i navodi pravila logaritmovanja.
- Povezuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju i određuju inverznu funkciju.
- Razlikuje dekadski i prirodni logaritam.

4) Izračunaj x ako je:

a) $\log_x 8 = 3$ b) $\log_2 \frac{1}{8} = x$ c) $\log_{\sqrt{2}} x = -1$

5) Koliko je: $\log 25 + \log 4$?

6) Za pozitivni realni broj x vrijedi da je: $\log_3 x = 2$. Koliko je tada $\log_x 9$?

7) Odredi domenu funkcije: $y = \ln(x+3) - 2$

8) Odredi inverznu funkciju funkcije: $y = \ln(2x+1)$.

Viši nivo:

- Rješava eksponencijalnu jednačinu oblika: $a^x = b$ ($0 < a < 1$, $a > 1$), $b > 0$
- Prelazi iz eksponencijalnog u logaritamski oblik i obrnuto.

9) Zapiši u eksponencijalnom obliku: $\log_{\sqrt{3}} 81 = 8$

10) Ako je $\log_2 10 = a$, onda je $\log_4 1000 = ?$

11) Čemu je jednako: $\log_2 \frac{4}{2^{x+1}}$?

12) Odrediti vezu između veličina x i y ako je: $\log_{16} x = \log_2 y$

LOGARITAMSKA FUNKCIJA

Niži nivo:

- Skicira grafik jednostavne logaritamske funkcije.

1) Odrediti tačku u kojoj graf funkcije $y = \log_3 x$ siječe osu Ox .

Srednji nivo:

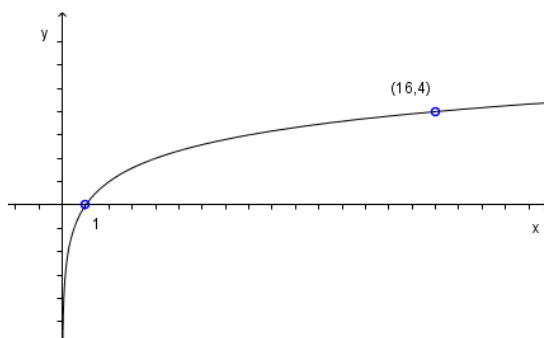
- Određuje domenu logaritamske funkcije.

- Analizira osobine logaritamske funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom.

- Razumije monotonost logaritamske funkcije

2) Odrediti domenu funkcije: $f(x) = \log_2(x^2 + 2)$

3) Na slici je grafik funkcije $f(x) = \log_b x$. Odredite b ?



4) Odredite koordinate tačaka u kojima graf funkcije $f(x) = \log_2(x + 2) + 1$ siječe koordinatne ose.

5) Koji je skup domena funkcije $f(x) = \log(2x + 4)$?

6) Ako tačka $A(2, -1)$ pripada grafu funkcije $f(x) = \log_a x$, izračunati $f(8)$.

Viši nivo:

- Određuje domenu složenije logaritamske funkcije.

- Analizira osobine složenije logaritamske funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom.

- Određuje asimptotu logaritamske funkcije.

1) Odrediti domenu funkcije: $f(x) = \log(2x^2 + 5x - 3)$

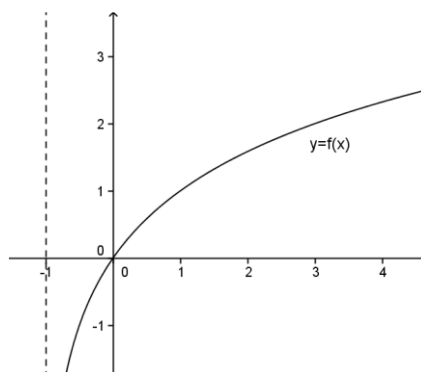
2) Sa grafika odrediti:

a) Domenu funkcije,

b) Nulu funkcije,

c) Znak funkcije

d) Asimptotu funkcije



3) Nivo buke (u decibelima) zvuka inteziteta I zadana je formulom $L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$, gdje je I_0 najmanji intezitet zvuka koji može registrovati ljudsko uho. Glasnoća cvrkuta slavuja iznosi $10^3 I_0$. Izračunati nivo buke cvrkuta slavuja.

LOGARITAMSKE JEDNAČINE

Niži nivo:

- Provjerava rješenje logaritamske jednačine.
- Rješava logaritamske jednačine direktnom primjenom definicije logaritma.

1) Provjeriti da li je $x = \frac{3}{2}$ rješenje jednačine: $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = 1$.

2) Riješiti jednačinu: $\log(x+2) = 2$.

3) Riješiti jednačinu: $\log_3(1-x^2) = 0$.

Srednji nivo:

- Određuje domenu logaritamske jednačine.
- Primjenom pravila logaritmovanja transformiše jednačinu u jednačinu osnovnog oblika.
- Rješava logaritamske jednačine koje se smjenom svode u kvadratne.
- U problemima opisanim logaritamskom funkcijom računa vrijednost argumenta.

4) Koliko realnih rješenja ima jednačina: $\log_2(x-2) + \log_2(x+3) = 2 + \log_2(2x-3)$?

5) Odrediti definiciono područje jednačine $\log(x^2-4) + \log x = \log(3-x)$.

6) Riješiti jednačinu $\log^2(x-1) - 4\log(x-1) + 3 = 0$.

7) Riješiti jednačinu: $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-\log x} : \left(\frac{1}{5}\right)^{1-\log x} = 8$.

Viši nivo:

- Rješava logaritamske jednačine koje sadrže logaritme različitih osnova.
- Logaritamskom jednačinom modelira problemske situacije.
- Utvrđuje smislenost dobijenih rješenja.

8) Riješiti jednačinu : $\log_{\sqrt{2}} x \cdot \log_2 x \cdot \log_{2\sqrt{2}} x \cdot \log_4 x = 54$.

9) Riješiti jednačinu: $2 + \log_5 \sqrt{1+x} + 3\log_5 \sqrt{1-x} = \log_5 \sqrt{1-x^2}$

10) Riješiti jednačinu: $x^{2\log x} = 10x$

11) Prema zakonu zaboravljanja, ako je neko gradivo naučeno s uspješnosti U_0 , tada nakon t mjeseci toga uspješnost U u rješavanja toga gradiva zadovoljava jednačinu : $\log U = \log U_0 - c \cdot \log(t+1)$, gdje je c konstanta koja ovisi o vrsti gradiva. Uspješnost U mjeri se brojem postignutih bodova na ispitu. Nino je na ispitu iz Matematike postigao 82 boda. Nakon godinu dana ponovno piše ispit koji provjerava isto gradivo. Koliko bi bodova prema zakonu zaboravljanja postigao ako je $c = 0,3$?

PRIMJENA LOGARITAMA

Niži nivo:

- Izračunava dekadski logaritam upotrebom kalkulatora.
- Određuje broj čiji je dekadski logaritam poznat.

1) Izračunati : $\log \sqrt[1,3]{15}$

2) Izračunati x ako je: $\log x = 2,3126$

Srednji nivo:

- Izračunava dekadski i prirodni logaritam složenog brojnog izraza upotrebom kalkulatora.
- Određuje broj čiji je dekadski i prirodni logaritam poznat.

3) Izračunati : $\log \frac{0,23^{3,2}}{\sqrt[10]{2,7}}$

4) Izračunati : $\log_3 \sqrt[3]{0,2019}$

Viši nivo:

- Računa vrijednost složenog brojnog izraza pomoću logaritama.

$$A = \sqrt[4]{\frac{12 \cdot \sqrt{0,193}}{\sqrt[1,3]{15}}}$$

5) Izračunati pomoću logaritama vrijednost izraza:

6) Otapanje neke tvari u vodi vrši se po zakonu: $S = S_0(1 - e^{-kt})$, pri čemu je S količina tvari otopljene u vremenu t , S_0 količina potrebna za zasićenost otopine a k pozitivna realna konstanta.

Ako se 20g šećera otopi za 1min a 30gšećera otopi za 2min izračunati S_0 potrebno da se postigne zasićenost otopine.

VI PODRUČJE

PLANIMETRIJA

Niži nivo:

- opisuje i računa obim i površinu kruga
- prepoznaje ugao i vrste uglova
- prepoznaje trougao i četverougao
- klasificira trouglove s obzirom na mjerne uglove i dužine stranica
- klasificira četverougao s obzirom na paralelnosti njihovih stranica
- opisuje unutrašnje i vanjske uglove trougla i četverougla
- opisuje i prepoznaje simetralu ugla, simetralu duži, težišnicu trougla i visinu trouglu
- prepoznaje značajne tačke trougla
- opisuje i računa površinu trougla ako je zadana jedna stranica i visina na tu stranicu
- opisuje i računa obim i površinu kvadrata i pravougaonika

1) Četverougao koji ima jedan par paralelnih stranica zove se:

- a) kvadrat, b) romb, c) trapez, d) deltoid. (rj.c)

2) Površina kvadrata čija je dijagonala $d = 3\text{ cm}$ iznosi:

- a) 9 cm^2 , b) $\frac{9}{2}\text{ cm}^2$, c) 6 cm^2 , d) 3 cm^2 . (rj.b)

3) Ako je površina kruga $P = 16\pi\text{ cm}^2$, onda je obim kruga:

- a) 16 cm , b) 8 cm , c) $4\pi\text{ cm}$, d) $8\pi\text{ cm}$. (rj.d)

4) Dva ugla čiji zbir iznosi 180° zovu se:

- a) komplementni, b) suplementni, c) unakrsni, d) susjedni. (rj.b)

5) Na osnovu osobina četverougla „izbaci uljeza“:

- a) pravougaonik, b) kvadrat, c) paralelogram, d) trapez. (rj.d)

6) Ako je unutrašnji ugao trougla 30° , onda njegov susjedni vanjski ugao iznosi:
a) 60° , b) 120° , c) 150° , d) 90° . (rj.c)

7) Ako je jedna stranica trougla 10 cm i visina na tu stranicu 6 cm onda površina tog trougla je:
a) 60 cm^2 , b) 30 cm^2 , c) 16 cm^2 , d) 120 cm^2 . (rj.b)

8) Ako je visina jednakostraničnog trougla $h = 9\text{ cm}$, onda je obim tog trougla:
a) 27 cm , b) 18 cm , c) $18\sqrt{3}\text{ cm}$, d) $9\sqrt{3}\text{ cm}$. (rj.c)

9) Površina pravouglog trougla čija je jedna kateta $a = 6\text{ cm}$ i hipotenuza $c = 10\text{ cm}$ je:
a) 24 cm^2 , b) 60 cm^2 , c) 48 cm^2 , d) 80 cm^2 . (rj.a)

Srednji nivo:

- opisuje i računa obim i površinu trougla ako su zadane sve tri stranice trougla, poluprečnik opisane i upisane kružnice

- opisuje i računa obim i površinu paralelograma, romba i trapeza

- opisuje i računa obim i površinu kružnog prstena i kružnog isječka

- računa ostale elemente geometrijskog lika (dužinu dijagonale, stranice, poluprečnik opisane i upisane kružnice i sl.)

10) Dat je kvadrat stranice $a = 14\text{ cm}$. Svaka njegova stranica podijeljena je u odnosu $3 : 4$, a kad se dobivene tačke spoje dobije se drugi kvadrat. Izračunati površinu novog kvadrata.

(rješenje: $P = 100\text{ cm}^2$)

11) Stranice pravougaonika odnose se kao $12 : 5$, a obim je 68 cm . Izračunati površinu opisane kružnice oko pravougaonika

(rješenje: $P = 169\pi\text{ cm}^2$)

12) Jedna stranica pravougaonika je $a = 12\text{ cm}$ a druga je za 8 cm manja od dijagonale pravougaonika. Izračunati površinu pravougaonika.

(rješenje: $P = 48\text{ cm}^2$)

13) Izračunati obim i površinu pravouglog trougla kada je dato:

a) $b = 12\text{ cm}$, i $a : c = 3 : 5$, b) $a = 30\text{ cm}$ i $h = 24\text{ cm}$.

a, b – katete trougla, c – hipotenuza, h – visina na hipotenuzu.

(rješenje: a) $O = 36\text{ cm}$, $P = 54\text{ cm}^2$, b) $O = 120\text{ cm}$, $P = 600\text{ cm}^2$)

14) Proizvod poluprečnika upisanog i opisanog kruga kod jednakostraničnog trougla je $R \cdot r = 24$. Izračunati obim i površinu trougla.

(rješenje: $O = 36\text{ cm}$, $P = 36\sqrt{3}\text{ cm}^2$)

15) Data je osnovica jednakokrakog trougla $a = 12\text{ cm}$ i visina na krak $h_b = \frac{48}{5}\text{ cm}$. Izračunati površinu trougla i drugu visinu.

(rješenje: $h_a = 8\text{ cm}$, $P = 48\text{ cm}^2$)

16) Date su dvije stranice trougla $a = 13\text{ cm}$ i $b = 15\text{ cm}$ i visina koja odgovara trećoj stranici $h = 12\text{ cm}$. Izračunati površinu tog trougla.

(rješenje: Postoje dva rješenja)

17) Stranice trougla su $a = 20\text{ cm}$, $b = 13\text{ cm}$ i $c = 11\text{ cm}$. Kolika je najveća visina u tom trouglu?

(rješenje: $h_c = 12\text{ cm}$)

18) Površina romba je 2400 cm^2 , a dužina jedne dijagonale je $d_1 = 80\text{ cm}$. Izračunati obim romba i poluprečnik upisanog kruga.

(rješenje: $O = 200\text{ cm}$, $r = 24\text{ cm}$)

19) Površina jednakokrakog trapeza je 96 cm^2 a njegov krak je za 2 cm veći od visine. Koliki je obim trapeza i kolike su njegove paralelne stranice kad se one međusobno razlikuju za 12 cm .

(rješenje: $a = 18\text{ cm}$, $c = 6\text{ cm}$, $O = 22\text{ cm}$)

20) Izračunati obim i površinu kruga čija tetiva iznosi 8 cm , a visina pripadnog luka $h = 2\text{ cm}$.

(rješenje: $O = 10\pi\text{ cm}$, $P = 25\pi\text{ cm}^2$)

Viši nivo:

- samostalno i sigurno računa obim, površinu i druge elemente trougla, četverougla, kruga, dijelova kruga i od njih sastavljenih geometrijskih oblika
- bira strategiju za izračunavanje obima i površine u rješavanju problema iz geometrije i svakodnevnog života

- 21) Oko kruga poluprečnika $r = 3\text{ cm}$ opisan je trougao, a oko trougla krug. Koliki je poluprečnik ovog posljednjeg kruga, ako se stranice trougla odnose kao $4 : 13 : 15$. (rješenje: $R = \frac{65}{4}\text{ cm}$)
- 22) Date su dijagonale $d_1 = 20\text{ cm}$, $d_2 = 15\text{ cm}$ i visina $h = 12\text{ cm}$ trapeza. Izračunati površinu tog trapeza. (rješenje: $P = 150\text{ cm}^2$)
- 23) U krug poluprečnika $r = \frac{25}{2}\text{ cm}$ upisan je deltoid stranice 15 cm . Izračunati površinu deltoida. (rješenje: $P = 300\text{ cm}^2$)
- 24) Nad stranicom kvadrata kao prečnikom konstruisana je prema vani polukružnica. Izračunati površinu „polumjeseca“ što ga omeđuje ta polukružnica i luk kružnice opisane oko kvadrata čija je dijagonala $d = 4\sqrt{2}\text{ cm}$. (rješenje: $P = 4\text{ cm}^2$)

STEREOMETRIJA

Niži nivo:

- izračunava površinu i zapreminu kocke, kvadra i valjka koristeći zadane elemente i obrnuto
- prepoznaje kocku, kvadar i valjak

- 1) Dvije ivice kvadra su $a = 12\text{ cm}$ i $b = 9\text{ cm}$, a dijagonala kvadra $D = 25\text{ cm}$. Izračunati površinu i zapreminu kvadra. (rješenje: $P = 1056\text{ cm}^2$, $V = 2160\text{ cm}^3$)
- 2) Data je površina uspravnog valjka $P = 112\pi\text{ cm}^2$ a poluprečnik baze valjka je $r = 4\text{ cm}$. Izračunati zapreminu valjka. (rješenje: $V = 160\pi\text{ cm}^3$)
- 3) Metalna kocka zapremine 288 cm^3 treba da se pretopi u kvadar čije se ivice odnose kao $2:3:6$. Kolika će biti površina tog kvadra? (rješenje: $P = 288\text{ cm}^2$)

Srednji nivo:

- prepoznaje uspravnu (trostranu i četverostranu) prizmu, (trostranu i četverostranu) piramidu, valjak i kupu i uredno crta
- računa površinu i zapreminu uspravne prizme, piramide, valjka, kupe koristeći zadane elemente i obrnuto
- prepoznaje i crta dijagonalne i osne presjeke geometrijskih tijela

- 4) Ivice kvadra su $a = 9\text{ cm}$, $b = 10\text{ cm}$ i $c = 10\text{ cm}$. Za koliko treba svaku od njih smanjiti da se površina tijela smanji za 98 cm^2 ? (rješenje: $x = 1\text{ cm}$)
- 5) Visina uspravne prizme iznosi 10 cm , zapremina 120 cm^3 a baza prizme je jednakokraki trougao čiji je krak 5 cm . Izračunati osnovicu baze i površinu prizme. (rješenje: $I_{sl} : a = 8\text{ cm}$, $P = 204\text{ cm}^2$ $II_{sl} : a = 6\text{ cm}$, $P = 184\text{ cm}^2$)
- 6) Baza uspravne prizme je romb čije su dijagonale $d_1 = 12\text{ cm}$ i $d_2 = 16\text{ cm}$. Kolika mora biti visina prizme ako se hoće da joj površina i zapremina budu brojno jednake? (rješenje: $H = \frac{24}{7}\text{ cm}$)
- 7) Površina uspravnog valjka iznosi $8\pi\text{ cm}^2$, a visina mu je za 1 cm veća od prečnika baze. Izračunati zapreminu valjka. (rješenje: $V = 3\pi\text{ cm}^3$)
- 8) Izračunati površinu i zapreminu uspravne pravilne četverostrane piramide čija je osnovna ivica $a = 8\text{ cm}$ a bočna ivica 6 cm . (rješenje: $P = 32(2 + \sqrt{5})\text{ cm}^2$, $V = \frac{128}{3}\text{ cm}^3$)

- 9) Kod uspravne pravilne četverostrane piramide dat je odnos osnovne ivice prema visini piramide $a : H = 3 : 2$ a omotač piramide je $M = 60 \text{ cm}^2$. Izračunati njenu zapreminu.

(rješenje: $V = 48 \text{ cm}^3$)

- 10) Izračunati površinu i zapreminu uspravne pravilne trostrane piramide čija je osnovna ivica $a = 6 \text{ cm}$ i bočna 4 cm .

(rješenje: $P = 9(\sqrt{3} + \sqrt{7}) \text{ cm}^2$, $V = 6\sqrt{3} \text{ cm}^3$)

- 11) Data je površina uspravne kupe $P = 384 \pi \text{ cm}^2$ i izvodnica $s = 20 \text{ cm}$. Izračunati zapreminu.

(rješenje: $V = 768 \pi \text{ cm}^3$)

- 12) Obim osnog presjeka uspravne kupe je 36 cm , a omotač iznosi $65 \pi \text{ cm}^2$. Izračunati površinu i zapreminu kupe.

(rješenje: $P = 90 \pi \text{ cm}^2$, $V = 100 \pi \text{ cm}^3$)

- 13) Bočna ivica pravilne četverostrane piramide je 13 cm , a dijagonala baze je $10\sqrt{2} \text{ cm}$. Izračunati površinu i zapreminu piramide.

(rješenje: $P = 340 \text{ cm}^2$, $V = \frac{100\sqrt{119}}{3} \text{ cm}^3$)

- 14) Površina dijagonalnog presjeka kocke je $72\sqrt{2} \text{ cm}^2$. Izračunati površinu i zapreminu kocke.

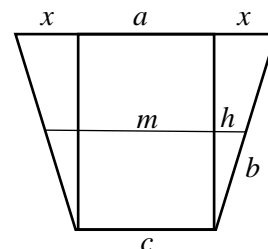
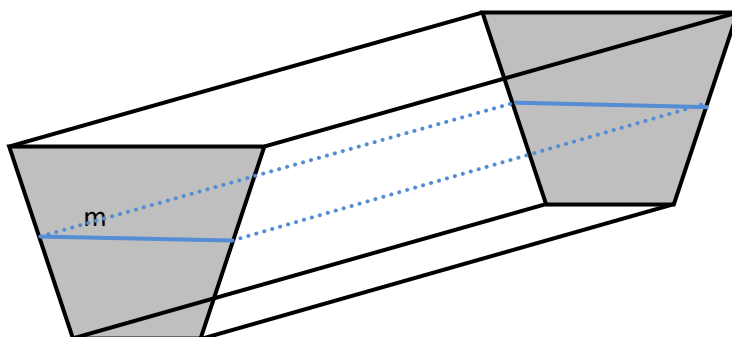
(rješenje: $P = 432 \text{ cm}^2$, $V = 432\sqrt{2} \text{ cm}^3$)

Viši nivo:

- računa površinu i zapreminu geometrijskih tijela u problemskim situacijama

- računa površinu i zapreminu rotacionih geometrijskih tijela iz zadanih elemenata i obrnuto

- 15) Žljeb za vodu dug je 5 m i hvata 1440 litara. Presjek žljeba je jednakokraki trapez čiji je krak 52 cm a visina 48 cm . Koliko vode staje u žljeb do polovine visine?



(rješenje: 600 l)

- 16) U valjak zapremine $V = 360 \pi \text{ cm}^3$ upisana je prizma čija je baza kvadrat. Izračunati zapreminu prizme.

(rješenje: $V = 720 \text{ cm}^3$)

- 17) Treba napraviti šator čija je baza pravougaonik dužine $a = 2\frac{4}{5} \text{ m}$ i širine $b = 2\frac{2}{5} \text{ m}$, tako da visina šatora bude $H = 2\frac{1}{4} \text{ m}$. Koliko je m^2 tkanine potrebno ?

(rješenje: $13\frac{1}{2} \text{ m}^2$)

- 18) Trougao čije su stranice $a = 15 \text{ cm}$, $b = 13 \text{ cm}$ i $c = 14 \text{ cm}$ rotira oko stranice c . Izračunati površinu i zapreminu rotacionog tijela.

(rješenje: $P = 336 \pi \text{ cm}^2$, $V = 672 \pi \text{ cm}^3$)

TRIGONOMETRIJA

Niži nivo:

- definiše trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglom trouglu
- primjenjuje trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglom trouglu za određivanje nepoznatih veličina u pravouglom trouglu

- 1) Neka su a i b katete, α i β naspramni (suprotni) uglovi, c hipotenuza, P površina pravouglog trougla. Riješiti pravougli trougao ako je zadano:

$$a = 5 \text{ cm}$$

$$c = 13 \text{ cm}$$

$$b = 12 \text{ cm}$$

$$(rješenje: \alpha = 22^\circ 37' 12'' \\ \beta = 67^\circ 22' 48'')$$

$$P = 30 \text{ cm}^2$$

- 2) Izračunati vrijednosti ostalih trigonometrijskih funkcija oštrog ugla α ako je zadano:

$$\cos \alpha = \frac{5}{13},$$

$$(rješenje: \sin \alpha = \frac{12}{13},)$$

- 3) Izračunati vrijednost izraza:

$$\frac{\sin 60^\circ - \sin 30^\circ}{\cos 60^\circ + \cos 30^\circ}$$

$$(rješenje: c) 2 - \sqrt{3}$$

Srednji nivo:

- primjenjuje osnovne trigonometrijske identitete u dokazima i izračunavanju vrijednosti izraza

- 4) Dokazati identitete:

$$a) \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot \cos^2 \alpha} = \operatorname{tg} \alpha, \quad b) \frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{(\sin \alpha - \cos \alpha) \cdot \sin^2 \alpha} - \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

- 5) Dokaži da izrazi:

$$a) \sin^4 x + \cos^4 x + 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$$

$$b) 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) \text{ ne zavise od } x.$$

$$(rješenje: a) 1, \quad b) 1)$$

- 6) Ako je $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 5$ odrediti: $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

$$(rješenje: 23)$$

Viši nivo:

- primjenjuje trigonometrijske funkcije za rješavanje problema u planimetriji
- modelira situacije iz životnih i drugih područja primjenjujući trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglom trouglu

- 7) Jednakokraki trougao dat je površinom $P = 60 \text{ cm}^2$ i visinom na osnovicu $h = 5 \text{ cm}$. Pod kojim se uglom vidi osnovica trougla iz centra upisane kružnice?

$$(rješenje: \varphi = 157^\circ 22' 48'')$$

- 8) Data je visina $h = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ romba i jedan ugao $\alpha = 60^\circ$. Izračunati površinu romba.

$$(rješenje: P = 72\sqrt{3} \text{ cm}^2)$$

- 9) Iz tačke koja je od centra kruga poluprečnika $r = 2 \text{ cm}$ udaljena $d = 4 \text{ cm}$, povučene su obje tangente na krug. Kolika je površina ograničena tangentama i kružnim lukom?

$$(rješenje: P = 4\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3})$$

- 10) Iz udaljenosti $d = 15 \text{ cm}$ od podnožja tornja vidi se njegov vrh pod uglom $\alpha = 53^\circ 8'$. Kolika je visina tornja?

$$(rješenje: h = 20 \text{ m})$$

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Niži nivo:

- računa dužinu duži, koordinate sredine duži, koordinate težišta trougla i površinu trougla uz zadane koordinate tačaka

- grafički prikazuje pravu iz različitih oblika jednačine prave

- izvodi jednačinu prave iz grafika ili zadanih parametara

- računa mjeru ugla prave sa pozitivnim smjerom x ose i povezuje sa koeficijentom pravca prave

1) Izračunati obim trougla čija su tjemena $A(-4, 2)$, $B(2, 5)$ i $C(8, -3)$.

(rješenje: $O = 23 + 3\sqrt{5}$ cm)

2) Da li je trougao čija su tjemena $A(2, 3)$, $B(5, 6)$ i $C(9, 2)$ šravougli?

(rješenje: DA)

3) Tjemena trougla su $A(4, 5)$, $B(6, 1)$ i $C(2, 3)$. Odrediti koordinate težišta trougla.

(rješenje: $T(4, 3)$)

4) Tjemena trougla su : $A(5, -1)$, $B(-3, 0)$ i $C(7, 13)$. Izračunati rastojanje težišta trougla od koordinatnog početka.

(rješenje: $d = 5$)

5) Da li date tačke $A(3, 2)$, $B(4, 1)$ i $C(6, -4)$ leže na jednoj pravoj? (rješenje: NE)

6) Napisati jednačinu prave koja s pozitivnim smjerom x -ose zatvara ugao $\alpha = 60^\circ$, a na y -osi gradi odsječak $n = -2$.

(rješenje: $y = \sqrt{3}x - 2$)

7) Koliki je koeficijent smjera prave $ax + 3y - 14 = 0$ ako ona prolazi kroz tačku $P(2, 4)$?

(rješenje: $k = -\frac{1}{3}$)

8) Tjemena trougla su: $A(-1, 1)$, $B(2, 5)$ i $C(7, -5)$. Izračunati dužine i jednačine:

a) stranice AB ,

b) težišnice iz vrha A .

(rješenje: a) $d = 5$, $4x - 3y + 7 = 0$ b) $d = \frac{5\sqrt{5}}{2}$, $2x + 11y - 9 = 0$.)

9) Tačke $A(-2, 0)$, $B(0, 2)$ i $C\left(a, \frac{3a}{2}\right)$ leže na istoj pravoj. Koje koordinate ima tačka C ?

(rješenje: $C(4, 6)$)

10) Napisati jednačinu prave koja prolazi kroz tačku $A(4, 5)$ i kroz presječnu tačku pravih $2x - y - 5 = 0$ i $5x + 3y - 7 = 0$.

(rješenje: $y = 3x - 7$)

11) U kojoj tački i pod kojim se uglom sijeku prave $y = 3x + 2$ i $y = \frac{1}{2}x + 7$?

(rješenje: $A(2, 8)$, $\varphi = 45^\circ$)

Srednji nivo:

- primjenjuje izračunavanje dužine duži, koordinate sredine duži, koordinate težišta trougla i površinu trougla u planimetriji

- računa mjeru ugla između dvije prave, primjenjuje uslov paralelnosti i normalnosti u određivanju jednačine prave

- primjenjuje jednačinu prave u jednostavnijim problemima

12) Tjemena na bazi jednakokrakog trougla su $A(-2, 4)$ i $B(6, 8)$. Odrediti koordinate trećeg tjemena C ako se zna da ono leži:

a) na x -osi,

b) na y -osi.

(rješenje: a) $C(5, 0)$, b) $C(0, 10)$)

13) Data su dva tjemena paralelograma $A(-2, -4)$ i $B(2, -1)$ i presječna tačka dijagonala $S(0, 0)$. Naći koordinate ostala dva tjemena.

(rješenje: $D(-2, 1)$)

14) Data su dva tjemena trougla $A(4, 2)$ i $B(3, 5)$. Odrediti apscisu trećeg tjemena koje leži na x -osi ako površina trougla iznosi 4.

(rješenje: $C_1(2, 0)$ $C_2\left(\frac{22}{3}, 0\right)$)

15) Tjemena na bazi jednakokrakog trougla su $A(-2, 2)$ i $B(4, 8)$ a krak trougla je $b = 5\sqrt{2}$. Izračunati: a) površinu trougla, b) koordinate trećeg tjemena C.

(rješenje: a) $P = 24$, b) $C_1(5, 1)$, $C_2(-3, 9)$)

16) Date su jednačine stranica trougla $AB : x + y - 16 = 0$; $AC : 3x - 2y - 8 = 0$; i $BC : x - 4y + 4 = 0$. Izračunati površinu tog trougla.

(rješenje: $P = 20$)

17) Date su jednačine stranica trougla: $AB : x - 5y + 8 = 0$; $AC : 5x - y - 8 = 0$; i $BC : x + y + 2 = 0$ Pod kojim se uglom iz težišta trougla vidi stranica BC ?

(rješenje: $\varphi = 180^\circ - \arctg \frac{4}{3}$, $\varphi = 126^\circ 52' 12''$)

18) Prava prolazi kroz tačku $M(3, 7)$ i polovi duž čije su krajnje tačke $A(2, 4)$ i $B(8, 2)$. Kako glasi jednačina te prave i pod kojim uglom siječe onda ona datu duž?

(rješenje: $y = -2x + 13$, $\varphi = 45^\circ$)

19) Kroz presječnu tačku pravih $x + y + 2 = 0$ i $2x - y + 1 = 0$ povući pravu koja je paralelna s duži čije su krajnje tačke $A(1, 2)$ i $B(3, 1)$. Kako glasi jednačina te prave?

(rješenje: $x + 2y + 3 = 0$)

20) U trouglu čija su tjemena $A(-4, 3)$, $B(6, 1)$ i $C(2, 5)$ izračunati ugao između visine h_c i težišnice t_c .

(rješenje: $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{8}$, $\varphi = 7^\circ 7' 30''$)

21) Napisati jednačinu simetrale duži čije su krajnje tačke $A(-5, -2)$ i $B(1, 4)$.

(rješenje: $s : x + y + 1 = 0$)

22) Odrediti koordinate tačke M_2 koja je simetrična s tačkom $M_1(-2, 5)$ s obzirom na pravu $y = 4x - 4$.

(rješenje: $M_2(6, 3)$)

Viši nivo:

- samostalno rješava geometrijske probleme

- primjenjuje jednačinu prave u geometrijskim zadacima

23) Date su jednačine stranica trougla $AB : 3x - y - 7 = 0$; $AC : 7x + 3y - 11 = 0$ i $BC : x + 5y - 29 = 0$

Napisati jednačinu visine h_a .

(rješenje: $h_a : 5x - y - 11 = 0$)

24) Kako će glasiti jednačina prave $2x + y = 4$ kada se ona oko presječne tačke s x -osom obrne za 45° ?

(rješenje: $l_1 : x + 3y - 2 = 0$, $l_2 : 3x - y - 6 = 0$)

25) Kolika je površina slike što je zatvaraju prave $x - 2y + 4 = 0$ i $x + y - 8 = 0$ s koordinatnim osama?

(rješenje: $P = 20$)

26) Dat je trougao čija su tjemena $A(-3, 2)$, $B(-1, -2)$ i $C(1, 4)$. Na stranici BC naći tačku koja je jednako udaljena od tjemena A i B .

(rješenje: $M(0, 1)$)

27) Krajnje tačke dužine su $A(-4, 1)$ i $B(0, -1)$. Iz koje se tačke na simetrali duži AB ta duž vidi pod pravim uglom?

(rješenje: $M_1(-1, 2)$ $M_2(-3, -2)$)

VII PODRUČJE

BINOMNI OBRAZAC

Niži nivo:

- zna izračunati $n!$

1. Izračunati: a) $7!$ b) $6! - 5!$.

2. Uprostiti izraz $\frac{6!-5!}{3!}$

- zna šta je binomni koeficijent i zna ga izračunati

3. Izračunati: a) $\binom{8}{3}$

- razumije šta znači biti član u razvoju binoma

4. U razvijenom obliku binoma: $(x - 1)^5 = x^5 - 5x^4 + 10x^3 + 5x - 1$, odrediti četvrti član.

Srednji nivo:

- primjenjuje binomnu formulu na razvoj binoma

5. Pomoću binomnog obrasca stepenij $(x^3 + xy)^5$.

- koristi formulu za direktno nalaženje određenog člana u razvoju binoma

6. Naći trinaesti član u razvijenom obliku binoma $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{15}$.

Viši nivo:

- rješava složenije zadatke povezujući razne matematičke oblasti (proporcije, jednačine) u kojima je nepoznat stepen binoma

7. Odrediti trinaesti član u razvoju binoma $(9x + \frac{1}{\sqrt{3}})^n$, ako je binomni koeficijent trećeg člana jednak 105.

- zna odrediti član binoma koji zadovoljava određeno svojstvo

8. Odrediti član koji ne sadrži x u razvijenom obliku binoma $(x^2 - \frac{1}{x})^9$.

- primjenjuje binomni obrazac u dokazivanju određenih jednakosti

NIZOVI: ARITMETIČKI I GEOMETRIJSKI NIZ

Niži nivo:

- zna šta je aritmetički niz

9. Šta karakteriše aritmetički niz?

- prepoznaje aritmetički niz

10. Koji od sljedećih nizova je aritmetički?

a) 2, 4, 5, 9, ...

b) 2, 5, 8, 11, 14 ...

c) - 2, 3, 8, 15, ...

- zna šta je geometrijski niz

11. Kakav je to geometrijski niz?

- prepoznaje geometrijski niz

12. Koji od sljedećih nizova je geometrijski?

a) 2, 6, 12, 30, ...

b) 2, 6, 18, 54, 162 ...

c) 1, 4, 16, 64, ...

- uočava razliku između aritmetičkog i geometrijskog niza

13. Napisati na praznu liniju da li je niz aritmetički ili geometrijski:

a) $-2, -6, -18, -54, \dots$ _____

b) $2, 6, 18, 54, 162, \dots$ _____

c) $1, 4, 7, 10, 13, 16, \dots$ _____

d) $1, -4, -9, -14, \dots$ _____

- razumije šta je aritmetička i geometrijska sredina

14. Odrediti aritmetičku i geometrijsku sredinu brojeva 2 i 18.

- zna nastaviti niz na osnovu pretpostavki

15. Nastaviti niz

a) $1, 7, 13, \dots$ _____

b) $3, 6, 12, \dots$ _____

Srednji nivo:

- koristi formule za određivanje općeg člana aritmetičkog i geometrijskog niza, te za izračunavanje sume prvih n članova

16. Dat je niz $1, 7, 13, 19, \dots$. Odrediti 28. član, te zbir prvih 28 članova tog niza.

- zna odrediti niz na osnovu dva podatka (npr. ako je poznat zbir prvih nekoliko i zbir nekoliko članova, ili ako su poznata dva člana, itd.)

17. Odrediti aritmetički niz ako je dato $a_2 + a_5 - a_3 = 10$ i $a_2 + a_9 = 17$.

18. Odrediti geometrijski niz ako je dato $a_1 + a_2 + a_3 = 7$ i $a_1 a_3 = 4$.

Viši nivo:

- prepoznaje i primjenjuje nizove pri rješavanju problemskih zadataka

19. Za zidanje televizijskog tornja visine $26m$ plaća se za prvi metar $8000KM$, a za svaki sljedeći metar po $3000KM$ više. Kolika je cijena zidanja posljednjeg metra i koliko stoji zidanje čitavog tornja?

20. Osnovne ivice i visina uspravne piramide kojoj je baza pravougaonik su tri uzastopna člana geometrijskog niza. Zapremina piramide je 576 , a površina njenog dijagonalnog presjeka 120 . Izračunaj površinu piramide.

REALNA FUNKCIJA: OSOBINE FUNKCIJE

Niži nivo:

- zna šta je definiciono područje

1. Objasniti šta je to definiciono područje funkcije.

- zna definiciono područje poznatih funkcije (racionalne, logaritamske funkcije, iracionalne, itd.)

2. Odrediti definiciono područje sljedećih funkcija:

$$a) f(x) = \frac{x}{x-1} \quad b) g(x) = \ln xc \quad h(x) = \sqrt{2x-1}$$

- razumije šta su nule i znak funkcije i zna provjeriti da li je zadani broj nula funkcije

3. Ispitati da li su brojevi $-1, 1, 2$ i 3 nule funkcije $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{2x + 1}$.

- zna šta je parna, a šta neparna funkcija i razumije grafičku interpretaciju parnosti i neparnosti

4. Zaokruži tačan odgovor:

a) Ako vrijedi $f(-x) = -f(x)$, funkcija je parna, b) Ako vrijedi $f(-x) = -f(x)$, funkcija je neparna,

c) Ako vrijedi $f(-x) = f(x)$, funkcija je parna. d) Grafik parne funkcije je simetričan u odnosu na y-osu.

e) Grafik neparne funkcije je simetričan u odnosu na y-osu. f) Grafik neparne funkcije je simetričan u odnosu na koordinatni početak

Srednji nivo:

- određuje definiciono područje nekih jednostavnijih funkcija

5. Odrediti definiciono područje funkcije $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

- ispituje da li je funkcija parna ili neparna

6. Koje od sljedećih funkcija su parne, a koje neparne

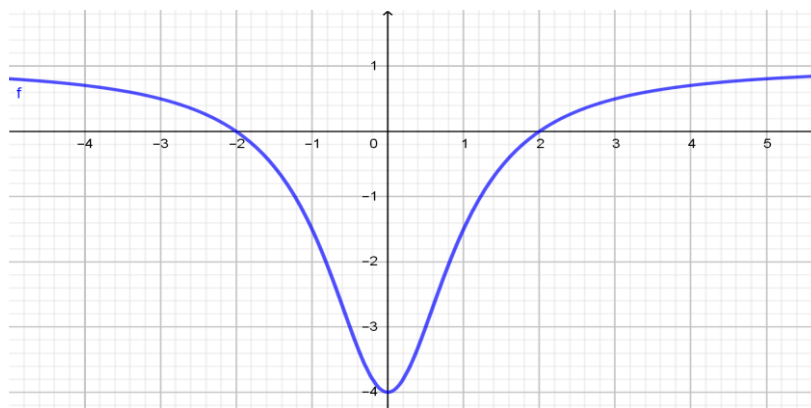
$$a) y = x^2 + 1, \quad b) y = 2x^3 - x, \quad c) y = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$$

- zna odrediti nule i znak nekih elementarnih funkcija

7. Odrediti nule i znak funkcije $y = \frac{x^2 + 4x + 3}{x - 1}$.

- zna interpretirati sa grafika nule i znak funkcije, parnost i neparnost funkcije

8. Odrediti nule, znak, te uočiti da li je funkcija parna ili neparna sa sljedećeg grafika

**Viši nivo:**

- određuje definiciono područje, ispituje parnost i neparnost te određuje nule i znak složenijih funkcija

9. Odrediti definiciono područje, nule i znak, te ispitati parnost i neparnost funkcije $y = \frac{x^3 - x}{x^2 - 9}$.

8. PRIMJERI TESTOVA

Koristeći se tablicama 3 i 4. Konstruisaćemo primjere:
Integralni test I Test iz matematike

A. MATEMATIKA U INTEGRALNOM TESTU

Zaokruži tačan odgovor.

- Koji od datih brojeva nije racionalan: $\sqrt{5}$, $\frac{5}{6}$, -5 , 5π ?
a. $\sqrt{5}$, $\frac{5}{6}$ b. $\frac{5}{6}$, -5 c. $\frac{5}{6}$, -5 d. $\sqrt{5}$, 5π
- Izračunaj: $18 : (-3) + 8 \cdot 2 + \frac{3}{4} \cdot 16$
a. 22 b. 18 c. 20 d. 23
- Pojednostaviti racionalni algebarski izraz $\frac{4a^2-2ab}{8a-4b}$ (S)
a) $\frac{a-b}{a}$ b) $\frac{a}{2}$ c) $\frac{b}{2}$ d) $\frac{a-b}{b}$
- Početna cijena knjige je 20KM, prvo je poskupila za 30%, a zatim pojeftinila za 30%. Kolika je sada cijena knjige
a. 22 b. 18 c. 20 d. 23
- Izračunati vrijednost funkcije $f(x) = 2x + 5$ za $x = 3$ i provjeriti da li tačka A(1,7) pripada grafiku date funkcije.
a. 10, da b. 11, da c. 10, ne d. 11, ne
- Riješiti sistem linearnih jednačina $2x + 5y = 23$, $x - 6y = -14$.
a. (3, 4) b. (4, 3) c. (3, 5) d. (5, 3)
- Riješiti jednačinu: $2|x| - 5 = |x| + 2$. (s)
a. $x = \pm 2$ b. $x = \pm 6$ c. $x = \pm 7$ d. $x = \pm 5$
- Podijeli korijene $\sqrt[3]{54 a^{11} b} : \sqrt[3]{9 a^3 b}$ (n)
a. $\sqrt[3]{6 a^8 b}$ b. $\sqrt[3]{6 a^8}$ c. $\sqrt[3]{6 a^{14} b^2}$ d. $\sqrt[3]{45 a^8 b}$
- Dat je kompleksan broj $z = 3 + 4i$, modul kompleksnog broja je
a. $|z| = 5$ b. $|z| = 9$ c. $|z| = 16$ d. $|z| = 7$
- Dati su kompleksni brojevi $Z_1 = 1 - 3i$ i $Z_2 = 2 + 4i$, proizvod $z_1 z_2$ je
a. $14 - 2i$ b. $10 + 10i$ c. $-10 + 2i$ d. $-2 - 2i$
- Koje od tačaka A(0,-3), B(34), C(1,2) i D(4, 5) pripada grafiku funkcije $f(x) = x^2 + 5x - 3$.
a. A, C b. A, D c. B, C d. C, D
- Riješenje jednačine $(x + 3)(x - 2) + (x + 2)^2 - 3x - 10 = 0$ je
a. 2, -3 b. 3, -2 c. -3, 4 d. 4, -3
- Za koje vrijednosti parametra m jednačina $2x^2 - 8x + m + 10 = 0$ ima realna različita rješenja?
a) $m < \frac{9}{4}$ b) $m > \frac{9}{4}$ c) $m < \frac{3}{2}$ d) $m < \frac{3}{2}$

B. TEST IZ MATEMATIKE

1. Jednostavniji oblik izraza $\left[\left(\frac{3a^2}{4b^{-3}}\right)^{-3} : \left(\frac{9a^{-2}b}{4}\right)^{-2}\right] \cdot \frac{b^7}{12a^{-11}}$ je (5 bodova)

- a) 2 b) a c) 1 d) b

2. Koja relacija je tačna:

- a) $2 \in (2,5)$, b) $2 \in [2,5)$, c) $2 \in (2,5]$, d) $2 \in [2,5]$? (4 boda)

3. Koliko je 0,3% od 50? (7 bodova)

4. Upariti date vrijednosti stepena: (4 boda)

- a) $\left(-\frac{4}{3}\right)^0 10$
b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 1$
c) $(-1)^3 1$
d)
e) $(0.1)^{-1} 4$

5. Riješiti jednačinu: $\frac{x+1}{3} - \frac{3x}{5} + x = \frac{x}{15} - 1$ (3 boda)

6. Prije 4 godine otac je bio 7 puta stariji, a nakon 4 godine otac će biti 3 puta stariji od sina. Koliko godina sada ima otac, a koliko sin? (7 bodova)

7. Stavi broj na crtu u desnoj koloni, koji odgovara broju u lijevoj koloni, da bi formulacija (izjava) bila tačna, a potom zaokruži jednu od ponuđenih kombinacija (koja je tačna)

1. korijeni se sabiraju (oduzimaju) samo ako imaju _____ iste eksponente
2. korijeni se množe (dijele) samo ako imaju _____ pomnožimo eksponente, a radikand prepisemo
3. korijeni se korjenuju _____ iste eksponente i iste radikande
4. korijene stepenujemo _____ prepisemo eksponent, a radikand stepenujemo

- a) 3124 b) 1324 c) 4231 d) 2314

(4 boda)

8. Ako je $Z_1 = 2 + i$, odredi kompleksan broj $Z = x + iy$ tako da vrijedi $Re(Z/\bar{Z}_1) = -3/5$, $Im(Z Z_1) = 1$

- a) $x = 1, y = -1$ b) $x = -1, y = 1$ c) $x = -1, y = -1$ d) $x = 1, y = 1$

(6 bodova)

9. Funkcija $y = -2x^2 + 4x + 3$ ima koeficijent a _____ pa je parabola „otvorena prema _____“ i funkcija ima _____ u tački čija je ordinata ekstremna i zove se _____ parabole.

Ponuđeni odgovori

1. a) $a > 0$ b) $a < 0$
2. a) gore b) dole
3. a) minimum b) maksimum
4. a) tjeme b) nula

Zaokruži tačnu kombinaciju.

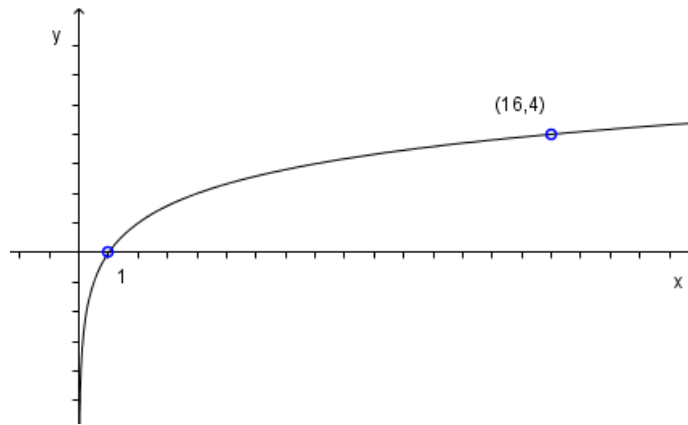
- A. b b b a B. a a a a C. b b b b D. a b b a

(4 boda)

10. Riješiti nejednačine: $\frac{x^2+4x+5}{x^2-5x+6} < 0$. (6 bodova)

11. Izbaciti uljeza: $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, 27, 1, 81, 2, \frac{1}{3}, \sqrt{3}$. (3 boda)

12. Na slici je grafik funkcije $f(x) = \log_b x$. Odredite b ? (5 bodova)



13. Neka su a i b katete, α i β naspramni (suprotni) uglovi, c hipotenuza, P površina pravougloug trougla. Odrediti nepoznate veličine trougla ako je zadano (4 boda)

$$a : b = 3 : 4$$

$$c = 10 \text{ cm}$$

14. Baza uspravne prizme je romb čije su dijagonale $d_1 = 12 \text{ cm}$ i $d_2 = 16 \text{ cm}$. Kolika mora biti visina prizme ako se hoće da joj površina i zapremina budu brojno jednake? (4 boda)

15. Četiri kružnice jednakih poluprečnika $r = 8 \text{ cm}$ dodiruju se spolja. Izračunati površinu lika koji je omeđen lukovima kružnica. (6 bodova)

16. U kojoj tački i pod kojim se uglom sijeku prave $y = 3x + 2$ i $y = \frac{1}{2}x + 7$? (6 bodova)

17. Odrediti definicino područje sljedećih funkcije: (3 boda)

$$f(x) = \ln x - \frac{x}{x-1} + \sqrt{2x-1}$$

18. Naći trinaesti član u razvijenom obliku binoma $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{15}$. (4 boda)

19. Odrediti geometrijski niz ako je dato (7 bodova)

$$a_1 + a_2 + a_3 = 7$$

$$a_1 a_3 = 4$$

20. Za zidanje televizijskog tornja visine 26 m plaća se za prvi metar 8000 KM, a za svaki sljedeći metar po 3000 KM više.

Kolika je cijena zidanja posljednjeg metra i koliko stoji zidanje čitavog tornja? (8 bodova)

9. OPIS BODOVANJA

Uspješnim rješavanjem ispita na integralnom testu učenik može ostvariti 13 bodova. Uspješnim rješavanjem ispita na višem nivou učenik može ostvariti 100 bodova.

9.1. Vrednovanje testa

Uspješnim rješavanjem testa iz matematike u okviru integralnog ispita, čiji su odgovori napisani u 4 – članom izboru, može se ostvariti 13 bodova, za svaki zadatak po 1 bod, od ukupno 42, dok se u testu iz matematike na višem nivou može ostvariti 100 bodova, kroz 20 zadataka, napisanih na 3 nivoa zahtjeva (niži, srednji i viši nivo). Za svaki nivo, pojedinačno se može dobiti 40 + 40 + 20 bodova

Neispravni odgovori ne donose negativne bodove. Vrednovanje testa iz matematike u okviru integralnog testa se pregleda elektronskim čitanjem unesenih podataka o tačnim odgovorima na ocjenjivačkom listu. Test iz matematike na višem nivou se pregleda ručno od strane formirane komisije.

9.2. Opće napomene o vrednovanju zadataka produženog odgovora

1. Priznaju se tačna rješenja dobivena različitim načinima.
2. Učeniku koji je pogrešno prepisao zadatak te ga zatim tačno riješio (a da pritom zadatak nije promijenio smisao niti je pojednostavljen) oduzima se 1 bod od predviđenoga broja bodova za taj zadatak.
3. Učeniku koji je napravio grešku u zadatku produženoga odgovora (a da pritom zadatak nije promijenio smisao niti je pojednostavljen) boduju se svi ispravno provedeni koraci.
4. Primjer bodovne sheme za zadatke produženoga odgovora prikazan je u poglavlju: Primjeri zadataka s detaljnim pojašnjenjem.

9.3. Primjeri ocjenjivanja

Primjer 1.

Neka su a i b katete, c hipotenuza, P površina pravougloug trougla. Odrediti nepoznate veličine trougla ako je zadano

$$a : b = 3 : 4$$

$$c = 10 \text{ cm}$$

(4 boda)

Rješenje:

$$\begin{aligned} a : b = 3 : 4 &\rightarrow 4a = 3b, \quad b = \frac{4}{3}a \quad (1) \\ c = 10 \text{ cm} & \end{aligned}$$

(1 bod)

(na osnovu (1) i (2) odrediti a i b)

$$\begin{aligned} a = 6, \quad b = 8 \\ c^2 = a^2 + b^2 = 100 \quad (2) \end{aligned}$$

(1+1 bod)

Površina trougla je $P = \frac{1}{2} ab = 24 \text{ cm}^2$ (izračunati površinu trougla)

(1 bod)

Primjer 2.

U kojoj tački i pod kojim se uglom sijeku prave $y = 3x + 2$ i $y = \frac{1}{2}x + 7$?

(6 bodova)

Rješenje:

Naći presjek:

$$3x + 2 = \frac{1}{2}x + 7 \cdot 2 \Leftrightarrow 6x + 4 = x + 14 \Leftrightarrow x = 2$$

(1 bod)

$$x = 2, \quad y = 3x + 2 = 8, \quad \text{dakle, prave se sijeku u tački } A(2,8)$$

(1 bod)

Kako je $k_1 = 3$ i $k_2 = \frac{1}{2}$,

(1 bod)

tada se prave sijeku pod uglom $\text{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_2 k_1} \right| = \dots = 1$

(1 bod)

$$\text{tg} \varphi = 1 \Leftrightarrow \varphi = 45^\circ$$

(1 bod)

Dakle, date prave se sijeku u tački $A(2,8)$ pod uglom $\varphi = 45^\circ$.

(1 bod).

10. PRIPREMA ZA ISPIT

10.1. Savjeti nastavnicima

Nastavnicima se preporučuje da detaljno prouče ispitni katalog s popisom područja i tematskih sadržaja za ispitivanje i da pomognu učenicima da se na vrijeme pripreme za polaganje maturalnih testova iz matematike

10.2. Savjeti učenicima

Literatura za pripremu ispita iz Matematike su svi udžbenici koji su bili propisani i odobreni od Ministarstva obrazovanja i nauke TK.

Popis odobrenih udžbenika može se naći na www.ematura.pztz.ba.

Na ispitu je dopušteno koristiti džepno računalo tipa Scientific. Ono treba imati:

- eksponencijalnu funkciju (tipka 10^x)
- logaritamsku funkciju (tipka $\log x$)
- trigonometrijske funkcije (tipke \sin , \cos , \tan).

Ono ne smije imati mogućnost:

- bežičnog povezivanja s drugim uređajem
- upotrebe memorijske kartice
- simboličkog računanja (npr., u nazivu CAS)
- grafičkog rješavanja (npr., u nazivu Graphic ili imatipku GRAPH)
- deriviranja i integriranja.

Na Listu džepnih računala bit će upisan tip (naziv i oznaka) džepnog računala koje je učenik koristio na ispitu.

Dodatno, uspjeh na ispitu uvjetuje i dobra upoznatost s načinom ispitivanja.

Učenicima se stoga savjetuje: proučavanje opisa ispitnih cjelina te primjera zadataka rješavanjem oglednoga primjera ispita.

Učenici trebaju pažljivo pročitati uputu i tekst svakoga zadatka. U zadacima višestrukog izbora trebaju pažljivo označiti odgovore na ocjenjivački list. U zadacima produženog odgovora trebaju prikazati i postupak rješavanja jer se on boduje.

Svim učenicima želimo da usvoje potrebna znanja i da uspješno polože eksternu maturu.