

GIMNAZIJA Informacijsko komunikacijskih tehnologija **Razred:** drugi
NASTAVNI PROGRAM ZA PREDMET: MATEMATIKA;

Sedmični broj časova: 3

Godišnji broj časova : 105

Teme:

1. **Trigonometrija trougla (18)**
2. **Stepeni i korjени (12)**
3. **Kvadratna jednačina i kvadratna funkcija (30)**
4. **Eksponecijalna i logaritamska funkcija (27)**
5. **Trigonometrijske funkcije (18)**

OPŠTI CILJEVI PROGRAMA

Sticanje osnovne matematičke kulture potrebne za otkrivanje uloge i primjene matematike u različitim područjima čovjekove djelatnosti;

Sticanje sposobnost usmenog i pismenog matematičkog izražavanja sa svim njegovim kvalitetima (jasnost, preciznost, jednostavnost, konciznost, potpunost itd);

Razvijanje sposobnosti logičkog mišljenja (pravila formalne logike);

Razvijanje osnovnih mentalnih operacija: apstrahovanja, upoređivanja, sređivanja, uopštavanja;

Razvijanje socijalno-afektivnih ciljeva, vrijednosnih orijentacija i pozitivnih odnosa prema nauci;

Sticanje matematičkih znanja i sposobnosti neophodnih za razumjevanje kvantitativnih i prostornih odnosa i zakonitosti u prirodi i društvu;

Razvijanje sposobnosti učenika da pravilno rasuđuju i logički ispravno zaključuju, matematički opisuju i modeliraju jednostavnije pojave i procese;

Razvijanje preciznosti i konciznosti u izražavanju;

Razvijanje samostalnosti, sistematičnosti i odgovornosti prema radu;

Njegovanje potrebe za dogradnju i sticanje novih znanja;

Razvijanje svijesti o prisustvu matematike u prirodnim i društvenim naukama, navođenjem primjera iz fizike, hemije, geografije i ekonomije;

Razvijanje osjećaja za lijepo putem skladnosti matematičkih odnosa i relacija;

Podsticanje pravilnog razvoja učenikove ličnosti u intelektualnom, emocionalnom i moralnom smislu;

Razvijanja matematičke radoznalosti u posmatranju i izučavanju prirodnih i društvenih pojava.

POSEBNI CILJEVI PROGRAMA

Trigonometrija trougla (18)

- Da učenici upoznaju i ovladaju definicijama trigonometrijskih funkcija za uglove od 0° do 180° , te da se upoznaju sa njihovim osnovnim osobinama
- Da primjenjuju trigonometriju u rješavanju geometrijskih i praktičnih zadataka

Stepeni i korjени (12)

- Da učenici znaju definisati pojam korijena
- Da učenici shvate osnovne operacije sa stepenima i korjenima i da ih znaju primjenjivati pri transformaciji odgovarajućih izraza

Kvadratna jednačina i kvadratna funkcija (30)

- Da se upoznaju sa razlozima uvođenja skupa kompleksnih brojeva
- Da upoznaju i izvode operacije u skupu kompleksnih brojeva
- Da upoznaju predstavljanjeskupakompleksnihbrojevau kompleksnoj ravni

- Da rješavaju kvadratne jednačine do nivoa automatizma i da pouzdano znaju zavisnost prirode rješenja od diskriminante
- Da upoznaju Vijetove formule i njihovu primjenu u jednostavnijim slučajevima
- Da na nivou neophodne sigurnosti određuju grafik, znak, nule, ekstreme i tok kvadratne funkcije i da vide mogućnost primjene u geometriji, fizici i drugim oblastima
- Da korjenu funkciju shvate kao inverznu kvadratnoj
- Da upoznaju i rješavaju sisteme jednačina u kojima je jedna jednačina kvadratna a druga linearna.
- Da upoznaju iracionalne jednačine i ovladaju tehnikom i metodom njihovog rješavanja.

Eksponecijalna i logaritamska funkcija (27)

- Da shvate svojstva eksponencijalne funkcije i da ju pamte na osnovu grafika
- Da mogu riješiti jednostavnije eksponencijalne jednačine i nejednačine
- Da usvoje pojam logaritma i nauče koristiti pravila logaritmovanja
- Da shvate svojstva logaritamske funkcije i da ju pamte na osnovu grafika
- Da mogu riješiti jednostavnije logaritamske jednačine i nejednačine

Trigonometrijske funkcije (18)

- Da u svoj i noj am radijana
- Da se upozna sa definicijom trig. funkcija proizvoljnog ugla
- Da odredi vrijednost trigonometrijske funkcije svođenjem na prvi kvadrant
- Da se upozna sa grafikom osnovnih trigonometrijskih funkcija
- Da može riješiti jednostavne trigonometrijske jednačine i nejednačine
- Da korištenjem trigonometrijskih identiteta pojednostavljuje trig. izraze

SADRŽAJI I OPERATIVNI CILJEVI (ISHODI) PROGRAMA

Tema 1. TRIGONOMETRIJA TROUGLA (okvirni broj časova 18)

Operativni ciljevi/Ishodi	Sadržaji programa /Pojmovi	Korelacija sa drugim nastavnim predmetima
<p>Učenik treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> Definiše osnovne trigonometrijske funkcije oštrog ugla pravouglog trougla Primjenjuje definicije osnovnih trigonometrijskih funkcija oštrog ugla na konkretnim primjerima (jednakostraničan trougao, kvadrat,...) Izračuna ostale trigonometrijske funkcije ako je poznata jedna trigonometrijska funkcija Koristi kalkulator za određivanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija Računa vrijednosti trigonometrijskih funkcija u prva dva kvadranta Primjenjuje sinusnu i kosinusnu teoremu 	<p>Definicija trigonometrijskih funkcija u pravouglog trouglu. Osnovni trigonometrijski identiteti. Vrijednosti trigonometrijskih funkcija od $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$. Rješavanje pravouglog trougla. Trigonometrijska kružnica. Definicija trigonometrijski funkcija uglova od 0° do 180°. Svođenje na prvi kvadrant. Formula za površinu trougla $P = ab \sin \gamma$. Sinusna i kosinusna teorema, rješavanje kosouglog trougla</p>	<p>Fizika</p> <ul style="list-style-type: none"> rastavljanje sila na kosini zakon loma svjetlosti

DIDAKTIČKA UPUTSTVA I PREPORUKE

Na početku treba definisati trigonometrijske funkcije u pravouglog trouglu preko odnosa dužina stranica, izvesti osnovni identitet $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, zatim identitete

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha, \quad \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha, \quad \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha,$$

te izračunati njihove vrijednosti za uglove $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$. Potom u slučaju oštrog ugla dokazati da su apscisa, odnosno ordinata tačke koja odgovara tom uglu na trigonometrijskoj kružnici jednake $\cos \alpha$, odnosno $\sin \alpha$, dok se u slučaju $\alpha \in [90^\circ, 180^\circ]$ definišu kao apscisa, odnosno ordinata. Na ovom mjestu može se dati i geometrijska interpretacija tangensa na trigonometrijskoj kružnici. Nakon toga se dokaže da za sve $\alpha \in [90^\circ, 180^\circ]$ važi

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha, \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha, \quad \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha.$$

Iza toga se može izvesti formula za površinu trougla $P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$, iz čega slijedi sinusna teorema, te će na kraju dokaže kosinusna teorema. Navedene činjenice su dovoljne za primjene trigonometrije u zadacima geometrijskog karaktera.

Tema 2. STEPENI I KORJENI (okvirni broj časova 12)

Operativni ciljevi/Ishodi	Sadržaji programa /Pojmovi	Korelacija sa drugim nastavnim predmetima
<p>Učenik treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Navodi osnovna svojstva stepenih funkcija $y = x^n$ • Definiše korijen i predstavlja ga na grafiku stepene funkcije • Navodi operacije sa korjenima • Umije racionalisati imenilac razlomka • Definiše stepen čiji je izložilac racionalan broj • Sređuje izraze koji sadrže racionalne stepene 	<p>Decimalni zapis broja u standardnom obliku</p> <p>Stepene funkcije $y = x^n$, $n \leq 4$</p> <p>Aritmetički korijen.</p> <p>Neparni korijen negativnog broja.</p> <p>Operacije sa aritmetičkim korjenima.</p> <p>Veza između korijena i apsolutne vrijednosti.</p> <p>Racionalisanje imenioca.</p> <p>Stepeni sa racionalnim izložiocima i operacije sa njima.</p>	<p>Hemija, fizika</p> <p>- decimalni zapis velikih i malih brojeva u standardnom obliku</p>

DIDAKTIČKA UPUTSTVA I PREPORUKE

Aritmetički korijen nenegativnog realnog broja a treba definisati kao jedinstveni nenegativan realan broj x , takav da je $x^n = a$. Pri tome se treba poslužiti grafikom stepene funkcije da bi se pokazala njegova egzistencija i jedinstvenost. Potom opet na grafiku stepene funkcije u slučaju kad je n neparan broj i $a < 0$ pokazati da postoji jedinstven $x < 0$ (tzv. negativni korijen) takav da $x^n = a$, a označavamo ga takođe sa $\sqrt[n]{a}$. Treba navoditi samo osobine aritmetičkog korijena, te istaći da generalno one ne važe za negativni korijen.

Tema 3. KVADRATNA JEDNAČINA I KVADRATNA FUNKCIJA (okvirni broj časova 30)

Operativni ciljevi/Ishodi	Sadržaji programa /Pojmovi	Korelacija sa drugim nastavnim predmetima
<p>Učenik treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Navede razloge za uvođenje kompleksnog broja (npr. jednačina $x^2 = -4$ nema rješenje u \mathbb{R}) • Obavlja osnovne operacije u skupu kompleksnih brojeva • Izračunava odgovarajuće stepene broja i • Prikazuje kompleksan broj u kompl. ravni i računa modul i konjugat kompl. broja • Razjasni prirodu rješenja, te riješi kvadratnu jednačinu • Formira kvadratnu jednačinu ako su zadana njena rješenja primjenom Vijetovih formula • Rastavi kvadratni trinom na faktore • Odredi koordinate tjemena kvadratne funkcije • Procijeni kako će izgledati graf kvadratne funkcije u odnosu na znak koeficijenta a i diskriminante D • Nacrta grafik kvadratne funkcije i ispita znak, monotonost i ekstremnu vrijednost 	<p>Formiranje skupa kompleksnih brojeva.</p> <p>Operacije u skupu kompleksnih brojeva.</p> <p>Predstavljanje kompleksnih brojeva u kompleksnoj ravni, konjugovanje, modul.</p> <p>Kvadratna jednačina (definicija, rješavanje, diskriminanta i priroda rješenja)</p> <p>Vijetove formule, rastavljanje na linearne faktore.</p> <p>Kvadratne funkcije $y = ax^2$, $y = ax^2 + bx + c$ (grafik, nule, znak, tok, ekstrem).</p> <p>Kvadratne nejednačine.</p> <p>Primjene kvadratne jednačine na racionalne jednačine</p> <p>Bikvadratna jednačina.</p> <p>Sistemi jednačina sa dvije nepoznate od kojih je jedna prvog, a jedna drugog stepena.</p> <p>Iracionalne jednačine.</p> <p>Pojam bijektivne i inverzne funkcije.</p> <p>Korjena funkcija kao inverz kvadratne.</p>	<p>Fizika</p> <p>- zadaci u kojima se javljaju kvadrati veličina, npr: ubrzanje, energija, gravitacione, električne sile</p> <p>- problem kosog hica</p> <p>Geometrija, ekonomija</p> <p>- rješavanje problema u optimizaciji</p>

<ul style="list-style-type: none"> • Uz pomoć grafika, odnosno rastavljanjem na faktore riješi kvadratnu nejednačinu • Računski i grafički riješi sistem kvadratne i linearne jednačine • Primjenjuje kvadratnu jednačinu na rješavanje racionalne, bikvadratne i iracionalne jednačine • Sa grafika prepozna injektivnu, odnosno surjektivnu funkciju 		
--	--	--

DIDAKTIČKA UPUTSTVA I PREPORUKE

Bilo bi dobro ako bi se crtanje grafika kvadratne funkcije $y = ax^2 + bx + c$ sprovodilo putem transliranja grafika funkcije $y = ax^2$.

Pojam injekcije, surjekcije i bijekcije, treba prvo ilustrovati na funkcijama definisanim na konačnim skupovima (npr. $f: \{1,2,3,4\} \rightarrow \{4,5,6\}$), potom na funkcijama $y=x^2$ i $y=x^3$. Nakon toga se može uvesti pojam inverzne funkcije za funkciju $f: A \rightarrow B$ kao funkciju $f^{-1}: B \rightarrow A$ koja ima osobinu $f^{-1}(f(x)) = x$, za sve $x \in A$, za sve $x \in A$ i $f^{-1}(f(x)) = x$ za sve $x \in B$. Pritom treba istaći da samo bijektivne funkcije imaju inverz i objasniti kako se dobija grafik inverzne iz grafika polazne funkcije. Potom se može pokazati da je funkcija $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = x^2$ bijekcija, te da je njen inverz $y = \sqrt{x}$ i na kraju nacrtati grafik korjene funkcije.

Tema 4. EKSPONENCIJALNA I LOGARITAMSKA FUNKCIJA (okvirni broj časova 27)

Operativni ciljevi/Ishodi	Sadržaji programa /Pojmovi	Korelacija sa drugim nastavnim predmetima
<p>Učenik treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Skicira grafik eksponencijalne funkcije za datu osnovu • Razlikuje rastuću i opadajuću eksponencijalnu funkciju • Upoređi stepene primjenom osobina eksponencijalne funkcije • Rješava eksponencijalne jednačine oblika $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, kao i jednačine koje se svode na navedeni oblik, pri čemu su $f(x)$ i $g(x)$ polinomi ili racionalne funkcije najviše drugog stepena • Rješava eksponencijalne nejednačine oblika $a^{f(x)} < a^{g(x)}$, pri čemu su $f(x)$ i $g(x)$ polinomi ili racionalne funkcije najviše drugog stepena • Definiše logaritam i navodi osnovna svojstva • Primjenjuje osobine logaritma za određivanje vrijednosti logaritma datog broja, te za prelazak na novu bazu • Usvaja činjenicu da je logaritamska funkcija inverzna eksponencijalnoj • Skicira grafik logaritamske funkcije za datu osnovu • Razlikuje rastuću i opadajuću logaritamsku funkciju • Rješava zadatke iz logaritamskih jednačina i nejednačina koristeći svojstva logaritamske funkcije. 	<p>Eksponencijalna funkcija $y = a^x$ (svojstva i grafik). Eksponencijalne jednačine. Eksponencijalne nejednačine. Pojam logaritma. Dekadski i prirodni logaritmi. Pravila logaritmovanja. Prelazak s jedne baze na drugu. Logaritamska funkcija (svojstva i grafik). Logaritamske jednačine. Logaritamske nejednačine.</p>	<p>Fizika - radioaktivni raspad</p> <p>Biologija - razmnožavanje bakterija - rast kultura</p> <p>Ekonomija kamatni račun</p>

DIDAKTIČKA UPUTSTVA I PREPORUKE

Treba naglasiti da je logaritamska funkcija inverzna eksponencijalnoj, te na osnovu toga nacrtati njen grafik

Tema 5. TRIGONOMETRIJSKE FUNKCIJE (okvirni broj časova 18)

Operativni ciljevi/Ishodi	Sadržaji programa /Pojmovi	Korelacija sa drugim nastavnim predmetima
<p>Učenik treba da:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Umije definisati radijan • Pretvara stepene u radijane i obratno • Odredi u kom ce kvadrantu nalazi proizvoljan ugao • Definiše trig. funkcije na trig. kružnici • Primjenjuje periodičnost i parnost trig. funkcija u svrhu uprošćavanja izraza • Izračuna vrijednost trigonometrijske funkcije svođenjem na prvi kvadrant • Nacrta grafike osnovnih trig. funkcija i da sa grafika umije iščitati njihove osobine • Objasni promjene u amplitudi, fazi i periodu funkcija oblika $y=\sin ax$, $y=\sin(ax + b)$, $y=c \sin(ax+b)$ • Riješi jednačine oblika $\sin(ax+b)=c$ • Riješi nejednačine oblika $\sin(ax+b)<c$ • Primjenjuje trigonometrijske identitete 	<p>Orijentisani ugao. Radian. Trigonometrijska kružnica. Definicija trigonometrijskih funkcija na kružnici. Periodičnost, parnost (neparnost) trigonometrijskih funkcija. Svođenje na prvi kvadrant. Trigonometrijske funkcije $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$ (grafik, nule, znak, tok) Funkcija $y = c \sin(ax + b)$ Trigonometrijske jednačine. Trigonometrijske nejednačine Adicione teoreme. Trigonometrijske funkcije dvostrukog ugla i polovine ugla. Transformacija zbira i razlike trigonometrijskih funkcija u proizvod i obratno.</p>	<p>Fizika elektrodinamika oscilacije i talasi</p>

DIDAKTIČKA UPUTSTVA I PREPORUKE

Prvo treba uoppggiti pojam ugla, uvesti radijan, zatim trigonometrijske funkcije proizvoljnog ugla, dokazati periodičnost, parnost (neparnost), te identitete

$$\cos(\alpha + \pi) = -\cos\alpha, \sin(\alpha + \pi) = -\sin\alpha, \operatorname{tg}(\alpha + \pi), \operatorname{ctg}(\alpha + \pi) = \operatorname{ctg}\alpha.$$

Otuda se lako izvode svi preostali identiteti važni za svođenje na prvi kvadrant. Bez posebnog dokazivanja treba napomenuti da za sve uglove važi i

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha, \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha.$$

Potom se prelazi na osobine (nule, znak, monotonost) i grafik funkcija $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, te na crtanje grafika funkcije $y = c \sin(ax + b)$. Osim trigonometrijske kružnice, kod rješavanja nejednačine $\sin x < a$ od velike pomoći je i grafik funkcije $y = \sin x$. Na kraju treba dokazati adicione teoreme, te iz njih izvesti formule za dvostruki i polovični ugao, a ako vrijeme dozvoli i formule transformacije zbira u proizvod i obratno.